ЦЕЛЫЕ РЕШЕНИЯ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ НУЛЕЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.С. Немец

Рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$w'' = \sum_{i=1}^{n} A_i(z)\exp(B_i(z))w^{\nu_i}, \qquad (1)$$

где $A_i(z) \not\equiv 0$ и $B_i(z)$, $i=\overline{1,n}$, – полиномы комплексного переменного z. Числа ν_i – целые неотрицательные.

Решения уравнения (1) будем искать в виде целых трансцендентных решений с конечным числом нулей (или без нулей) конечного типа, т.е. в виде

$$w\colon z \to P(z)\exp Q(z), \qquad (2)$$

где P – полином, Q – целая функция.

В монографии [1] достаточно подробно изложены и систематизированы исследования свойств целых решений у алгебраических дифференциальных уравнений общего вида. В основном изучался рост решений на бесконечности, определялся порядок и тип. Так же исследовалось наличие целых трансцендентных решений у таких уравнений в зависимости от характеристик самого уравнения.

В настоящем докладе предлагается изучать свойства целых трансцендентных решений у неалгебраических дифференциальных уравнений в зависимости от наличия у этих решений нулей (в частности, целых трансцендентных решений с конечным числом нулей). Такая постановка задачи продолжает исследования, начатые в работах [2, 3].

Справедлива

Теорема 1. *Любое целое решение уравнения (1) вида (2) будет таким, что целая функция Q является полиномом.*

Далее решения (2) уравнения (1) подразделяются на два класса: особые и неособые экспоненциальные части – и исследования проводятся для каждого класса отдельно.

Устанавливаются свойства полиномов P и Q: степени, коэффициенты при старших степенях, их структура. В частности, в случае неособой экспоненциальной части имеет место

Теорема 2. *Если целая функция (2), с неособой экспоненциальной частью является решением уравнения (1), то полном Q определяется одним из равенств*

$$Q(z) = \frac{1}{1-\nu_i}B_i(z) + C_i, \quad \nu_i \neq 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Литература

1. Горбузов В. Н. *Целые решения алгебраических дифференциальных уравнений.* Гродно: ГрГУ, 2006.

2. Горбузов В. Н., Немец В. С. *К вопросу экспоненциально-полиномиальных решений нелинейного дифференциального уравнения* // Докл. АН БССР. 1986. Т. 30. № 4. С. 297–300.

3. Горбузов В. Н., Немец В. С. *Целые функции-решения дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами* // Punime Matematike. 1988. № 3. С. 23–34.