К РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ НЕАВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.Н. Лаптинский

Рассматривается система

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

с условием

$$x(0) = x(\omega), \tag{2}$$

где $(t,x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, $f \in \mathbb{C}_{tx}^{(0,1)}(D_{\tilde{\rho}})$, $D_{\tilde{\rho}} = \{(t,x) : t \in I, \ \|x\| < \tilde{\rho}\}$, $I = [0,\omega]$, $0 < \tilde{\rho} \leqslant \infty$.

Обозначим

$$D_\rho = \{(t,x) : t \in I, \ \|x\| \leqslant \rho\}, \quad \Phi(t,x) = \partial f(t,x)/\partial x, \quad 0 < \rho < \tilde{\rho}.$$

Установлено, что при выполнении условия

$$\det \int_0^\omega \Phi(\tau,x)\,d\tau \neq 0 \quad (\|x\| \leqslant \rho),$$

где интегрирование выполняется по явно входящему времени, задача (1), (2) эквивалентна векторному интегральному уравнению типа [1, с. 149]

$$\int_0^\omega f(\tau,x(t))\,d\tau = \int_0^\omega d\tau \int_\tau^t \Phi(\tau,x(\sigma)) f(\sigma,x(\sigma))\,d\sigma. \tag{4}$$

Условия однозначной разрешимости уравнения (4) совпадают с соответствующими условиями теоремы 3.2.2 [1, с. 150].

Алгоритм построения решения уравнения (4) дается рекуррентным соотношением

$$\int_0^\omega f(\tau,x_k(t))\,d\tau = \int_0^\omega d\tau \int_\tau^t \Phi(\tau,x_k(\sigma)) f(\sigma,x_{k-1}(\sigma))\,d\sigma, \quad k = 1,2,\ldots, \tag{4}$$

в котором начальное приближение разыскивается в виде постоянной из уравнения

$$\int_0^\omega f(\tau,c)\,d\tau = 0.$$

Этот алгоритм дает все приближенные решения, подчиненные условию (2).

Сходимость, скорость сходимости алгоритма (4) исследуется по методике, используемой в [1]. Установлена связь предлагаемого подхода с методом, основанным на использовании интегро-функциональных тождеств [1, с. 47]. В линейном и квазилинейном случаях этот подход реализован в [1, гл. 2, 3].

Литература

1. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.