

## ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НЕАВТОНОМНО ВОЗМУЩЕННОЙ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Э.В. Мусафиров

При изучении качественного поведения решений некоторой дифференциальной системы эту систему можно заменить эквивалентной (в смысле совпадения отражающих функций) [1]. Иногда это удается сделать даже в том случае, когда отражающая функция не известна (см. [2–4]). В частности, это можно сделать с помощью следующего утверждения [5, с. 74].

**Лемма 1.** *Любая автономная система*

$$\dot{x} = X(x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in D \subset \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

*эквивалентна неавтономной системе*

$$\dot{x} = (1 + \alpha(t)) X(x), \quad (2)$$

где  $\alpha(t)$  – произвольная скалярная непрерывная нечетная функция.

Цель настоящей работы – выяснить связь свойств решений систем (1) и (2).

**Лемма 2** [6]. *Если  $\eta(t)$  – решение системы (1), то  $\eta(t + \int_0^t \alpha(s) ds)$  – решение системы (2), где  $\alpha(t)$  – произвольная скалярная непрерывная функция (не обязательно нечетная).*

**Теорема.** *Пусть  $X(x)$  удовлетворяет условию Липшица и  $X(0) = 0$ ,  $\alpha(t)$  – произвольная скалярная непрерывная функция такая, что*

$$\int_0^t \alpha(s) ds \geq -t \quad \forall t \geq 0. \quad (3)$$

*Если состояние равновесия  $x = 0$  системы (1) устойчиво (по Ляпунову), то состояние равновесия  $x = 0$  системы (2) равномерно устойчиво.*

Заметим, что условие (4) будет выполнено, если  $\alpha(t) \geq -1 \quad \forall t \geq 0$ .

### Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ, 2004.
2. Мусафиров Э. В. *О дифференциальных системах, отражающая матрица которых представляет собой произведение матричных экспонент* // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2002. № 1. С. 44–50.
3. Мусафиров Э. В. *Допустимые возмущения модели Костицына «хищник–жертва»* // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. № 7-2. С. 248–252.
4. Мусафиров Э. В. *О двумерных линейных дифференциальных системах с отражающей матрицей, представляющей собой произведение двух матричных экспонент специального вида* // Вестн. Фонда фундаментальных исследований. 2005. № 1. С. 62–69.
5. Мусафиров Э. В. *Временные симметрии дифференциальных систем*. Саарбрюккен: Lambert Academic Publishing, 2011.
6. Мусафиров Э. В. *Достаточные условия наличия периодических решений у неавтономно возмущенных автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений* // Инновации в технологиях и образовании: сб. ст. участников XI Междунар. науч.-практ. конф., 27–28 апр. 2018 г. Белово: КузГТУ. 2018. Ч. 2. С. 313–316.

