

К СУЩЕСТВОВАНИЮ И ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

С.В. Подолян

Рассматривается задача об ω -периодических решениях уравнения

$$\frac{dX}{dt} = \lambda^2 A(t)X + \lambda X B(t) + \lambda F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n \times m}, \quad (1)$$

где $A(t), B(t), F(t)$ – действительные непрерывные ω -периодические матрицы подходящих размеров, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Данная работа является продолжением и развитием [1 – 4]. С помощью конструктивного метода [5, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω -периодического решения уравнения (1). Предложен алгоритм его построения в виде ряда по степеням параметра.

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{B}(\omega) = \int_0^\omega B(\tau) d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$h = \max_t \|F(t)\|, \quad q_1 = \frac{1}{2}\gamma\beta^2\omega^2 + \gamma\alpha\omega, \quad q_2 = \frac{1}{2}\gamma\alpha\beta\omega^2, \quad q(\varepsilon) = q_1\varepsilon + q_2\varepsilon^2,$$

$$H(\varepsilon) = \frac{1}{2}\gamma\omega h(\beta\omega\varepsilon + 2),$$

где $t \in [0, \omega]$.

Теорема. Пусть $\det \tilde{B}(\omega) \neq 0$. Тогда при

$$|\lambda| < \frac{2}{q_1 + \sqrt{q_1^2 + 4q_2}}$$

уравнение (1) имеет единственное ω -периодическое решение $X = X(t, \lambda)$; это решение представимо в виде ряда

$$X(t, \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k X_k(t),$$

сходящегося равномерно по $t \in \mathbb{R}$.

Для построения матриц $X_k(t)$ получено рекуррентное интегральное соотношение типа [5, гл. II]. Область локализации решения $X(t, \lambda)$ имеет вид

$$\|X(t, \lambda)\| \leq H(\varepsilon)/(1 - q(\varepsilon)).$$

Данная задача исследована также с точки зрения теории возмущений.



Литература

1. Подолян С. В. *О построении периодических решений матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XVI Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2014) : тез. докл. междунар. науч. конф., 20–22 мая 2014 г., Новополоцк. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 71–72.
2. Подолян С. В. *К построению периодических решений матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Международная математическая конференция: «Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям» : тез. докл. междунар. науч. конф. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2015.
3. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *Конструктивный анализ периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова*. Могилев: МГУП, 2004 (Препринт / ИПО НАН Беларуси; №17).
4. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Весн. Магілеўск. дзярж. ўн-та імя А.А. Куляшова. Сер. В. 2012. № 2 (40). С. 4–11.
5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.