УПРАВЛЕНИЕ АНСАМБЛЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В.В. Горячкин, В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович, Н.И. Широканова

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/

Вопросы управления ансамблем линейных дискретных двухпараметрических автономных систем, когда точные значения коэффициентов и начальных состояний таких систем неизвестны, а заданы лишь множества, в которых могут изменяются эти параметры. исследованы в работе [1]. В связи с этим важное значение имеют задачи управления всеми такими системами с нестационарными параметрами, получаемыми при различных вариациях коэффициентов и начальных состояний.

Пусть $[A(t,s)]$, $[D(t,s)]$ – некоторые множества в пространстве $n\times n$, а $[B(t,s)]$ – множество в пространстве неавтономных действительных $n\times m$-матриц.

Рассмотрим дискретную $2D$ систему вида

$$x(t+1,s)=A(t,s)x(t,s)+D(t,s)x(t,s+1)+B(t,s)u(t,s), \qquad (1)$$

где матрицы $A(t,s)$, $D(t,s)$ и $B(t,s)$ принимают независимо друг от друга произвольные значения из заданных множеств $[A(t,s)]$, $[D(t,s)]$ и $[B(t,s)]$ соответственно. В системах (1) независимые переменные $(t,s)\in\mathbb{Z}_+\times\mathbb{Z}$. Управление $u(t,s)$ принимает значения в некотором множестве U.

Ясно, что при любом начальном условии (состоянии)

$$x(0,s)=\alpha(s) \qquad (2)$$

из множества $[\alpha(s)]$ и при любых фиксированных матрицах $A(t,s)$, $D(t,s)$, $B(t,s)$ и управлении $u(t,s)$ существует [2] единственное решение задачи Коши

$$x(t,s)=\sum_{j=0}^{t}G(t,s,0,j)\alpha(s+j)+\sum_{i=0}^{t-1}\sum_{j=0}^{t-i-1}G(t,s,i+1)B(i,s+j)u(i,s+j),$$

где матрицы $G(t,s,i,j)$ находятся из рекуррентных соотношений, построенных по матрицам $A(t,s)$, $D(t,s)$, $B(t,s)$ системы (1) [2].

Рассматривается следующая задача: определить такое универсальное управление $u(t,s)$ одно для всех систем (1), которое должно привести все траектории $x(t,\sigma)$, где $\sigma\in\mathbb{Z}$, в минимальную окрестность нуля за время $t=n$. Легко видеть, что управляемость системы (1) с фиксированными матрицами $A(t,s)$, $D(t,s)$, $B(t,s)$ из состояния (2) в состояние $x(n,\sigma)$ эквивалентно разрешимости относительно вектора ν системы линейных алгебраических уравнений

$$W\nu=f, \qquad (3)$$

где симметрическая $n\times n$ матрица

$$W=W(n,\nu)=\{G(n,\sigma,i+1,j)B(i,\sigma+j)B'(i,\sigma+j)G'(n,\sigma,i+1,j),$$
$$i=0,1,\dots,n-1;\quad j=0,1,\dots,n-i-1\}$$

и n-вектор $f=f(n,\sigma)=-\sum_{j=0}^{n}G(n,\sigma,0,j)\alpha(\sigma+j)$. Решению ν системы (2) отвечает искомое управление

$$u(i,\sigma+j)=B'(i,\sigma+j)G'(n,\sigma,i+1,j)\nu. \qquad (4)$$

Очевидно, для того чтобы выполнялось (2) одним вектором ν для всех неопределенных параметров, когда матрицы $A(t,s), D(t,s), B(t,s)$ пробегают независимо друг от друга множества $[A(t,s)], [D(t,s)],]B(t,s)]$ в общем случае невозможно. Поэтому естественно ввести векторную невязку $|W\nu - f| \leqslant \varepsilon$. Легко видеть, что данная невязка будет служить верхней оценкой модуля отклонения конечного состояния $x(n,\sigma)$ произвольной траектории ансамбля систем (1).

Далее полагаем, что $[A(t,s)]$, $[D(t,s)]$, $[B(t,s)]$ – интервальные матрицы, $[\alpha(s)]$ – интервальный вектор-столбец. Построим внешние интервальные оценки [3] для W, f и найдем середины W_0, f_0 и радиусы ΔW, Δf, т.е. определим интервальные объекты $[W]$, $[f]$.

Систему (4) будем трактовать как систему линейных алгебраических уравнений с интервальными коэффициентами.

Отсюда и результатов работ [1, 4] следует, что ε-решение системы (4) можно найти, решая следующую задачу линейного программирования:

$$e'\varepsilon \to \min,$$

$$W_0\nu + \Delta W\omega - \varepsilon \leqslant f_0 - \Delta f,$$

$$-W_0\nu + \Delta W\omega - \varepsilon \leqslant -f_0 - \Delta f,$$

$$-\omega \leqslant \nu \leqslant \omega, \quad \omega \geqslant 0, \quad \varepsilon \geqslant 0, \quad e = (1, 1, \ldots, 1).$$

Эта задача, очевидно, всегда разрешима, при этом если $\varepsilon^*, \nu^*, \omega^*$ – ее решение, то $\varepsilon = \varepsilon^*$ – формирует множество, куда попадут все векторы $x(n,\sigma)$ ансамбля (1).

Литература

1. Гайшун И. В., Горячкин В. В., Крахотко В. В. *Управление ансамблем линейных двухпараметрических дискретных систем* // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2016. № 3. С. 5–8.

2. Горячкин В. В., Писаренко А. А. *Задачи Коши для двухпараметрической нестационарной дискретной системы* // Вестн. БГУ. Сер. Математика, информатика. 2010. № 2. С. 150–152.

3. Гайшун И. В., Горячкин В. В., Крахотко В. В. *Оценка решений двухпараметрической дискретной системы с интервальными коэффициентами* // Весцi. НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2014. № 3. С. 5–8.

4. Ащепков Л. Т., Давыдков Д. А. *Универсальное решение интервальных задач оптимизации и управления.* М.: Наука. 2006.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
http://e.biblio.bru.by/