О ТОЧНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

А.В. Метельский, В.Е. Хартовский

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t)-\sum_{i=1}^{m}D_i\dot{x}(t-ih)=\sum_{i=0}^{m}A_ix(t-ih),\quad y(t)=\sum_{i=0}^{m}C_ix(t-ih),\quad t>0,\qquad (1)$$

где $D_i\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $A_i\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $C_i\in\mathbb{R}^{r\times n}$, x –вектор решения, y –вектор выходных величин доступных наблюдению (выход), $h=\mathrm{const}>0$. Начальную непрерывную функцию, имеющую кусочно-непрерывную производную, $x(t)=\tilde{x}(t)$, $t\in[-mh,0]$, уравнения (1) считаем неизвестной.

Обозначим: $I_i\in\mathbb{R}^{i\times i}$ – единичная матрица, λ_h – оператор сдвига, определяемый для заданного $h>0$ правилом $(\lambda_h)^kf(t)=f(t-kh)$ (для произвольной функции f); $D(\lambda)=\sum_{i=1}^{m}\lambda^iD_i$, $A(\lambda)=\sum_{i=0}^{m}\lambda^iA_i$, $C(\lambda)=\sum_{i=0}^{m}\lambda^iC_i$; $W(p,\lambda)=p(I_n-D(\lambda))-{}$ $-A(\lambda)$ – характеристическая матрица системы (1) (при $\lambda=e^{-ph}$), $p,\lambda\in\mathbb{C}$, $\mathbb{C}$ – множество комплексных чисел.

Пусть $\mathbb{R}^{i\times j}[p,\lambda]$ – множество матриц размера $i\times j$, элементы которых суть полиномы двух переменных p, λ ($\mathbb{R}^{i\times j}[0,\lambda]=\mathbb{R}^{i\times j}[\lambda]$). Через $\mathfrak{R}^{i\times j}[p,\lambda]$ обозначим множество матриц вида $\overline{C}(p,\lambda)+\sum_{k=0}^{\bar{m}}\int_0^h\widehat{C}_k(s)\lambda^ke^{-ps}\,ds$, где матрица $\overline{C}(p,\lambda)\in\mathbb{R}^{i\times j}[p,\lambda]$, матрицы $\widehat{C}_k(s)$ представляют собой конечные суммы слагаемых вида

$$e^{\alpha_1s}(\cos(\alpha_2s)\widehat{C}^1(s)+\sin(\alpha_2s)\widehat{C}^2(s)),\quad \widehat{C}^k(s)\in\mathbb{R}^{i\times j}[s],\quad k=1,2;$$

числа $\alpha_i\in\mathbb{R}$ $(i=1,2)$ и $\bar{m}\in\mathbb{N}\bigcup\{0\}$ могут быть любыми.

Рассмотрим следующее линейное автономное дифференциальное уравнение запаздывающего типа

$$\dot{z}(t)=\widetilde{A}(p_D,\lambda_h)z(t)+\widetilde{F}_1(t,y(t),\dots,y(t-\tilde{n}_1h)),\qquad (2)$$

с выходом

$$v(t)=\widetilde{C}(\lambda_h)z(t)+\widetilde{F}_2(t,y(t),\dots,y(t-\tilde{n}_2h)),\quad t>\tilde{t},\qquad (3)$$

где $\widetilde{A}(p,\lambda)\in\mathfrak{R}^{\tilde{n}\times\tilde{n}}[p,\lambda]$, $\widetilde{C}(\lambda)\in\mathbb{R}^{n\times\tilde{n}}[\lambda]$; $\widetilde{F}_i=\widetilde{F}_i(t,\xi_1,\dots,\xi_{\tilde{n}_i})$ $(t\in\mathbb{R},\ \xi_i\in\mathbb{R}^r)$ – известные непрерывные векторные функции, линейные по переменным ξ_i; $\tilde{n}\in\mathbb{N}$, $\tilde{n}_i\in\mathbb{N}$ $(i=1,2)$ и $\tilde{t}\in\mathbb{R}$ $(\tilde{t}>0)$ – некоторые числа. В операторной записи системы (2), (4) используются следующие обозначения (для полиномиальной матрицы $\widehat{C}(s)$ и функции f): $p_Df(t)=\dot{f}(t)$, $e^{-p_Ds}f(t)=f(t-s)$, $\int_0^h\widehat{C}(s)\lambda^ie^{-p_Ds}\,dsf(t)={}$ $=\int_0^h\widehat{C}(s)f(t-ih-s)\,ds$. Начальные данные для системы (4) – любые непрерывные функции.

Определение. Систему (2), (4) назовем финитным наблюдателем для системы (1), если:

1) найдется число $t_1 > \tilde{t}$ такое, что разность $\varepsilon(t) = v(t) - x(t),\ t > \tilde{t}$, удовлетворяет тождеству $\varepsilon(t) \equiv 0,\ t \geqslant t_1,$ каковы бы ни были начальные функции систем (1), и (2), (3);

2) уравнение (2) имеет запаздывающий тип и является асимптотически устойчивым.

Теорема. *Для того чтобы для системы (1) существовал финитный наблюдатель (2), (4) необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия*

$$1)\ \operatorname{rank}\begin{bmatrix} W(p, e^{-ph}) \\ C(e^{-ph}) \end{bmatrix} = n \quad \forall p \in \mathbb{C}; \quad 2)\ \operatorname{rank}\begin{bmatrix} I_n - D(\lambda) \\ C(\lambda) \end{bmatrix} = n \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}.$$

Далее в докладе представлена процедура синтеза финитного наблюдателя.