ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

М.Е. Павловец, Н.М. Дмитрук

Управление по прогнозирующей модели (Model Predictive Control, MPC) [1, 2] – современный подход к построению обратных связей для управления нелинейными динамическими системами. Он основан на решении в реальном времени последовательности задач оптимального управления с конечным горизонтом управления, аппроксимирующих исходную задачу управления (стабилизация, слежение и др.) на бесконечном временном полуинтервале. Упомянутые задачи оптимального управления называются прогнозирующими, формулируются в зависимости от целей управления, учитывают текущие измерения состояний объекта управления и ограничения на траектории и управляющие воздействия.

Как правило, алгоритм MPC опирается на численное решение прогнозирующих задач. Существующие методы решения задач оптимального управления (см. например, [2]) могут оказаться неэффективными или слишком медленными для нелинейных систем, систем большой размерности или систем с быстро меняющейся динамикой. В связи с этим в литературе рассматриваются различные подходы, направленные на снижение трудоемкости онлайн вычислений, например, вынесение некоторых из них оффлайн [1, гл. 7].

Цель настоящей работы – построение приближенных обратных связей с помощью методов машинного обучения, что позволяет повысить производительность систем управления по прогнозирующей модели.

Приведем основные положения MPC для решения задачи стабилизации нелинейной дискретной динамической системы

$$x(t+1) = f(x(t), u(t)), \quad t = 0, 1, \ldots, \tag{1}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – состояние, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ – управление системы в момент времени t, относительно функции $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \to \mathbb{R}^n$ предполагается, что она непрерывна, кроме того, $f(0,0) = 0$.

Одним из основных достоинств методов MPC, обеспечивающих им широкое распространение на практике, является возможность учитывать различные ограничения на состояния и управления. В настоящей работе рассматриваются ограничения вида

$$x(t) \in X = \{x \in \mathbb{R}^n : Hx \leqslant \mathbf{1}_p\}, \quad u(t) \in U = \{u \in \mathbb{R}^r : Lu \leqslant \mathbf{1}_q\}, \quad t = 0, 1, \ldots \tag{2}$$

При условии, что состояния $x(t)$ системы (1) измеряются полно и точно, прогнозирующая задача оптимального управления имеет вид

$$\mathcal{P}(x(t)) : V(x(t)) = \min_{u(\cdot|t)} \sum_{k=0}^{N-1} l(x(k \mid t), u(k \mid t)) + V_f(x(N \mid t)), \tag{3}$$

$$x(k+1 \mid t) = f(x(k \mid t), u(k \mid t)), \quad k = \overline{0, N-1}, \quad x(0 \mid t) = x(t),$$
$$x(k \mid t) \in X, \quad u(k \mid t) \in U, \quad k = \overline{0, N-1}, \quad x(N \mid t) \in X_f.$$

Здесь $x(k \mid t)$, $u(k \mid t)$, $k = \overline{0, N-1}$, – траектория и управляющее воздействие прогнозирующей модели, здесь аргумент t подчеркивает момент времени для которого строится прогнозирующая задача; N – конечный горизонт управления; $l : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \to \to \mathbb{R}$ – стоимость этапа, $V_f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, – терминальная стоимость, X_f – терминальное множество.

Оптимальное управление задачи (4) обозначается $u^0(k \mid t)$, $k = \overline{0, N-1}$.

Алгоритм MPC для стабилизации положения равновесия $x = 0$ системы (1) состоит в следующем: Для каждого $t = 0, 1, \ldots$ необходимо:

1) измерить состояние $x(t) \in X$ системы (1);

2) решить задачу (4) с начальным условием $x(0 \mid t) = x(t)$, получить $u^0(\cdot \mid t)$;

3) подать на вход системы (1) управляющее воздействие $u_{MPC}(x(t)) := u^0(0 \mid t)$.

При выполнении ряда требований к функциям l, V_f и множеству X_f замкнутая система

$$x(t+1) = f(x(t), u_{MPC}(x(t))), \quad t = 0, 1, \ldots,$$

асимптотически устойчива с областью притяжения $X_0 = \{x_0 : V(x_0) < +\infty\} \subseteq X$, состоящей из всех точек $x_0 \in X$, для которых задача $\mathcal{P}(x_0)$ имеет решение [1, 2]. В работе [3] приводится простой способ построения квадратичных функций l, V_f и эллипсоида X_f, удовлетворяющих упомянутым условиям.

Как отмечено выше, шаг 2 приведенного алгоритма может оказаться достаточно трудоемким. В связи с этим в настоящем сообщении предлагается вместо онлайн решения прогнозирующей задачи (4) численными методами оптимального управления использовать до начала процесса управления ряд методов машинного обучения, которые на основе обучающей выборки $(x, u_{MPC}(x)) \in X \times U$ будут строить приближенные значения $\bar{u}_{MPC}(x(t))$ обратной связи $u_{MPC}(x)$, $x \in X$, для текущих состояний $x(t)$.

В настоящей работе применяются метод опорных векторов (Support Vector Machine, SVM) и нейронные сети. Метод опорных векторов с радиальной базисной функции Гаусса [4] используется, во-первых, для выделения и аппроксимации области притяжения X_0 системы (1). Это позволяет эффективно обрабатывать текущие состояния динамической системы и не допускать выход за пределы области притяжения при управлении с помощью приближенных обратных связей. Во-вторых, метод опорных векторов применяется для многоклассовой классификации с целью выделения областей насыщения управления. Наконец, в областях, в которых обратная связь u_{MPC} принимает промежуточные значения, она аппроксимируется с использованием нейронной сети.

Обучение нейронной сети и классификация на основе SVM дает приближенное управления типа обратной связи $\bar{u}_{MPC}(x)$, $x \in X_0$. Система, замкнутая обратной связью $\bar{u}_{MPC}(x)$, $x \in X_0$, имеет вид

$$x(t+1) = f(x(t), \bar{u}_{MPC}(x(t))), \quad t = 0, 1, \ldots \tag{4}$$

В работе с использованием результатов [5] исследуются условия, при которых, несмотря на ошибки аппроксимации, гарантируется выполнение ограничений (2) и асимптотическая устойчивость замкнутой системы (4). Кроме того, проводится сравнение приближенных законов управления, обученных на равномерной сетке, на сетке, полученной на основе равномерно распределенных последовательностей, и на случайной сетке с увеличением объема обучающей выборки в окрестности положения равновесия.

Результаты построения приближенных обратных связей $\bar{u}_{MPC}(x),\ x \in X_0$, с помощью описанного подхода иллюстрируются численными экспериментами на примере нелинейной системы из работы [3].

Литература

1. Rawlings J. B., Mayne D. Q. *Model Predictive Control: Theory and Design.* Madison: Nob Hill Publishing, 2009.

2. Grune L., Pannek J. *Nonlinear model predictive control.* London: Springer-Verlag, 2017.

3. Chen H., Allgower F. *A Quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability* // Automatica. 1998. V. 34. № 10. P. 1205–1217.

4. Chakrabarty A. et al. Support vector machine informed explicit nonlinear model predictive control using low-discrepancy sequences // IEEE Trans. Automat. Contr. 2017. V. 62. № 1. P. 135–148.

5. Pin G. et al. Approximate model predictive control laws for constrained nonlinear discrete-time systems: analysis and offline design // International Journal of Control. 2013. V. 86. № 5. P. 804–820.