УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ В МОДЕЛИ ХИЩНИК–ЖЕРТВА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

М.А. Скворцова

Рассматривается система дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, описывающая взаимодействие популяций хищников и жертв, обитающих на одной территории [1]:

$$\dot{x}(t) = rx(t)\left(1 - \frac{x(t)}{K}\right) - px(t)y(t), \quad \dot{y}(t) = bpe^{-c\tau}x(t-\tau)y(t-\tau) - dy(t),$$
$$\dot{z}(t) = bpx(t)y(t) - bpe^{-c\tau}x(t-\tau)y(t-\tau) - cz(t). \tag{1}$$

Здесь $x(t)$ – численность популяции жертв, $y(t)$ – численность популяции взрослых хищников, $z(t)$ – численность популяции молодых хищников. Предполагается, что только взрослые хищники могут нападать на жертв и воспроизводить потомство. Параметр запаздывания τ отвечает за время взросления хищников, r – коэффициент прироста популяции жертв, K – максимально допустимая численность популяции жертв, p – коэффициент взаимодействия жертв и взрослых хищников, b – коэффициент рождаемости хищников, c – коэффициент смертности молодых хищников, d – коэффициент смертности взрослых хищников. Все параметры системы предполагаются положительными.

В работе изучается асимптотическая устойчивость положений равновесия системы (1), соответствующих трем случаям: полному вымиранию популяций, выживанию только популяции жертв, совместному сосуществованию всех популяций. Получены условия на коэффициенты системы, при которых положения равновесия являются асимптотически устойчивыми, либо неустойчивыми. Используя модифицированные функционалы Ляпунова – Красовского [2], установлены оценки решений, характеризующие скорость сходимости к асимптотически устойчивым положениям равновесия, и найдены оценки на области притяжения [3]. Аналогичные результаты получены для модели хищник-жертва с двумя запаздываниями, в которой параметры запаздывания отвечают за время взросления хищников и жертв соответственно.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-31-00408).

Литература

1. Gourley S. A., Kuang Y. *A stage structured predator-prey model and its dependence on maturation delay and death rate* // J. of Math. Biology. 2004. V. 49. № 2. P. 188–200.

2. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом* // Вестн. НГУ. Сер. Математика, механика, информатика. 2005. Т. 5. № 3. С. 20–28.

3. Скворцова М. А. *Оценки решений в модели хищник-жертва с запаздыванием* // Изв. Иркутского гос. ун-та. Сер. Математика. 2018. Т. 25. С. 109–125.