

НАХОЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ РАЗРЫВОВ КОЭФФИЦИЕНТОВ НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Е.Ю. Балакина

Рассматривается нестационарное линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial f(t, r, \omega, E)}{\partial t} + \omega \cdot \nabla_r f(t, r, \omega, E) + \mu(t, r, E)f(t, r, \omega, E) = J(t, r, \omega, E).$$

Это уравнение описывает, в частности, процесс переноса частиц сквозь среду. Здесь t – временная переменная, $t \in [0, T]$; r – пространственная переменная, $r \in G \subset \mathbb{R}^3$, G – выпуклая ограниченная область; $\omega \in \Omega = \{\omega \in \mathbb{R}^3 : |\omega| = 1\}$; $E \in I = [E_1, E_2]$, $E_1 > 0$, $E_2 < \infty$. Функция $f(t, r, \omega, E)$ интерпретируется как плотность потока частиц в момент времени t в точке r с энергией E , летящих в направлении ω . Функции μ и J характеризуют среду G .

К уравнению добавляются начальное и краевые условия: определяется плотность падающего потока h и усредненная плотность выходящего потока H . При этом известной считается только функция H .

Рассматривается задача о нахождении поверхностей разрывов коэффициентов уравнения μ и J . Иными словами, ставится вопрос об определении внутренней структуры среды G . Такая постановка является продолжением цикла исследований Д.С. Аниконова [1].

Для решения поставленной проблемы сначала исследуется прямая задача о нахождении плотности потока f при заданных начальном условии и плотности падающего потока h (такая же постановка, но в случае непрерывных коэффициентов, была рассмотрена А.И. Прилепко [2]). Затем рассматривается специальная функция

$$\text{Ind}(r) = \left| \nabla \int_d^T \int_{\Omega} H(t, r + d(r, \omega)\omega, \omega) d\omega dt \right|,$$

зависящая от известных данных, функция $d(r, \omega)$ – расстояние от точки r до границы ∂G в направлении ω , d – диаметр области G . Доказывается, что функция Ind принимает неограниченное значение только на искомых поверхностях.

Литература

1. Аниконов Д. С., Ковтанюк А. Е., Прохоров И. В. *Использование уравнения переноса в томографии*. М.: Логос, 2000.
2. Прилепко А. И., Иванков А. Л. *Обратные задачи определения коэффициента и правой части нестационарного многоскоростного уравнения переноса по переопределению в точке* // Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21. № 1. С. 109–119.