НЕОБХОДИМАЯ И ДОСТАТОЧНАЯ ГЛАДКОСТЬ НАЧАЛЬНЫХ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ПЕРВОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА–ГОРДОНА–ФОКА

В.И. Корзюк, И.И. Столярчук

Задача рассматривается на плоскости двух независимых переменных t, x. В замыкании $\overline{Q}$ области $Q = \mathbb{R}^+ \times (0, l)$ задается одномерное уравнение Клейна–Гордона–Фока

$$\partial_t^2 v - a^2 \partial_x^2 v - \lambda(t, x) v = f(t, x), \tag{1}$$

где $\mathbb{R}^+$ – множество неотрицательных действительных чисел, λ и f – функции, заданные на множестве $\overline{Q} = [0; l] \times \mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. К уравнению (1) присоединяются начальные условия

$$v(0, x) = \varphi(x), \partial_t v(0, x) = \psi(x), \quad x \in [0; l], \tag{2}$$

$l \in \mathbb{R}$, $l < +\infty$, и граничные условия

$$v(t, 0) = \mu^{(0)}(t), \quad v(t, l) = \mu^{(l)}(t), \quad t \in [0; \infty). \tag{3}$$

В работах [1, 2] получены необходимые и достаточные условия существования единственного классического решения задачи (1)–(3) при достаточной гладкости исходных функций. Полученный результат можно усилить. Воспользуемся подходом, описанным в [3].

Теорема. *Пусть* $\lambda, f \in C^1(\overline{Q})$. *На множестве* $\overline{Q}$ *существует единственное решение задачи (1)–(3) из класса* $C^2(\overline{Q})$ *тогда и только тогда, когда* $\mu^{(j)} \in C^2([0; +\infty))$, $j \in \{0, l\}$, $\varphi \in C^2([0; l])$, $\quad \in C^1([0; l])$ *и выполняются условия согласования*

$$\mu^{(0)}(0) = \varphi(0), \quad \mu^{(l)}(0) = \varphi(l),$$

$$\frac{1}{a}\, d\mu^{(0)}(0) = \frac{1}{a}\psi(0), \quad \frac{1}{a}\, d\mu^{(l)}(0) = \frac{1}{a}\psi(l),$$

$$\frac{1}{a^2} d^2\mu^{(0)}(0) - d^2\varphi(0) - \frac{1}{a^2}(\lambda(0, 0)\varphi(0) - f(0, 0)) = 0,$$

$$\frac{1}{a^2} d^2\mu^{(l)}(0) - d^2\varphi(l) - \frac{1}{a^2}(\lambda(0, l)\varphi(l) + f(0, l)) = 0.$$

Литература

1. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения Клейна–Гордона–Фока в полуполосе* // Дифференц. уравнения. 2014. Т. 50. № 8. С. 1108–1117.

2. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения типа Клейна-Гордона-Фока с неоднородными условиями согласования* // Докл. НАН Беларуси. 2019. Т. 63. № 1. С. 7–13.

3. Корзюк, В. И. Козловская И. М. *Классические решения задач для гиперболических уравнений.* Курс лекций в 10 ч. Ч. 2. Мн.: БГУ, 2017.