ПРИВОДИМОСТЬ ЛИНЕЙНОГО D_e-УРАВНЕНИЯ К УРАВНЕНИЮ С ПОСТОЯННОЙ НА ДИАГОНАЛИ МАТРИЦЕЙ

Ж. Сартабанов, А.А. Кульжумиева

Рассмотрим линейное уравнение

$$D_e x = P(\tau, t)x \tag{1}$$

относительно искомой функции $x = (x_1, \ldots, x_n)$, переменных $\tau \in (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$ и $t = (t_1, \ldots, t_m) \in \mathbb{R}^m$ с оператором $D_e = \partial/\partial\tau + \langle e, \partial/\partial t\rangle$, где $\langle\cdot,\cdot\rangle$ – скалярное произведение m-векторов $e = (1, \ldots, 1)$ и $\partial/\partial t = (\partial/\partial t_1, \ldots, \partial/\partial t_m)$. Допустим, что матрица $P(\tau, t)$ обладает свойством

$$P(\tau + \theta, t + q\omega) = P(\tau, t) \in C^{(0,e)}_{\tau,t}(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^m), \quad q \in \mathbb{Z}^m, \tag{2}$$

где $\theta = \omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_m$ – рационально несоизмеримые положительные постоянные, $q\omega = (q_1\omega_1, \ldots, q_m\omega_m)$ – кратный вектор-период, $q = (q_1, \ldots, q_m) \in \mathbb{Z}^m$, $\mathbb{Z}$ – множество целых чисел.

Очевидно, что матрицант $X(\tau, t)$ системы (1) обладает свойствами периодичности вида

$$X(\tau + \theta, t) = X(\tau, t)X(\theta, \sigma), \quad X(\tau, t + q\omega) = X(\tau, t), \quad q \in \mathbb{Z}^m.$$

Ставится задача о приведении уравнения (1) к уравнению с постоянной на диагонали, гладкой, ω-периодической матрицей $C(\sigma)$ вида

$$D_e z = C(\sigma)z \tag{3}$$

с неособенным гладким (θ, ω, ω)-периодическим по (τ, t, σ) преобразованием

$$x = Q(\tau, t, \sigma)z, \tag{4}$$

где $\sigma = t - e\tau$.

Известно, что проблема приводимости связана с существованием логарифма переменной матрицы монодромии $X(\theta, \sigma)$, постоянной на диагонали $t = e\tau$. Это условие является ведущим стержнем и нашего исследования. Для решения поставленной задачи предположим, что матрица монодромии допускает представление

$$X(\theta, \sigma) = Y^{-1}(\sigma)J(\sigma)Y(\sigma) \tag{5}$$

с матрицей $J(\sigma)$ жордановой формы.

Тогда справедливо следующее утверждение.

Теорема. *Пусть матрица монодромии $X(\theta, \sigma)$ уравнения (1) при условии (2) приводима к жордановой канонической нормальной форме (5). Тогда уравнение (1) преобразованием (4) приводимо к уравнению (3) с постоянной на диагонали матрицей.*

Нами наряду с условием приводимости к уравнению с постоянной на диагонали матрицей установлены условия приводимости к уравнению с постоянной матрицей. Полученные результаты являются существенным развитием результатов работ [1, 2] и примыкают к исследованию [3].

Литература

1. Харасахал В. Х. *Почти-периодические решения обыкновенных дифференциальных уравнений.* Алма-Ата: Наука, 1970.

2. Умбетжанов Д. У. *Почти многопериодические решения дифференциальных уравнений в частных производных.* Алма-Ата: Наука, 1979.

3. Kulzhumiyeva A. A., Sartabanov Zh. *Reduction of linear homogeneous D_e-systems to the jordan canonical form* // Изв. НАН РК. Сер. физ.-мат. 2017. № 5 (315). С. 5–12.