

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА

Н.Н. Фимин

Геометризация описания вихревых гидродинамических систем может быть проведена на основе введения потенциалов Монжа–Клебша, что приводит к гамильтоновой форме исходных уравнений Эйлера. Для этого мы строим кинетический потенциал Лагранжа с помощью поля скорости потока, которое предварительно определяется с помощью набора скалярных потенциалов Монжа и термодинамических соотношений.

Следующим шагом является преобразование полученного лагранжиана с помощью преобразования Лежандра в функцию Гамильтона и правильное введение обобщенных импульсов, канонически сопряженных с переменными конфигурации, в новом фазовом пространстве динамической системы. Далее, используя полученную гамильтонову функцию, определим гамильтоново пространство на кокасательном расслоении над потенциальным многообразием Монжа. Вычислив гессиан гамильтониана, получим коэффициенты фундаментального тензора гамильтонова пространства, определяющие его метрику.

Далее мы определим аналоги коэффициентов Кристоффеля для N -линейной связи. Рассматривая уравнения Эйлера–Лагранжа с полученными коэффициентами связности, мы приходим к геодезическим уравнениям в виде горизонтальных и вертикальных траекторий в гамильтоновом пространстве. В рассматриваемом случае нетривиальные решения могут иметь только дифференциальные уравнения для вертикальных путей.

Анализируя полученную систему уравнений геодезического движения с точки зрения устойчивости решений, можно получить важные физические выводы относительно исходной гидродинамической системы. Для этого мы исследуем возможное увеличение или уменьшение бесконечно малого расстояния между геодезическими вертикальными траекториями (решения соответствующей системы уравнений Якоби–Картана). В результате мы можем сформулировать очень общие критерии распада и разрушения вихревой континуальной системы.

Литература

1. Козлов В.В. Общая теория вихрей. Ижевск: Изд-во Удмурт. гос. ун-та. 1998.
2. van Saarloos W., Bedeaux D., Mazur P. *Hydrodynamics for an ideal fluid: Hamiltonian formalism and Liouville equation* // Physica A. 1981. V. 107A. P. 109–125.
3. Fimin N. N., Orlov Yu. N., Chechetkin V. M. *Thermodynamic properties of vortex systems* // Math. Models Comput. Simul. 2016. V. 8. № 2. P. 149–154.