

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКРАНИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЛЕНОЧНЫХ ЭКРАНОВ

В.Т. Ерофеев, Г.Ф. Громыко, Г.М. Заяц

Разработана математическая модель проникновения внешнего магнитного поля внутрь бесконечно протяженной цилиндрической пленочной двухслойной оболочки (экрана), выполненной из материалов с магнитной проницаемостью, нелинейно зависящей от напряженности магнитного поля. Математическая модель представляет собой краевую задачу для нелинейного уравнения магнитостатики в цилиндрической системе координат с граничными условиями третьего рода на лицевых поверхностях двухслойной пленки и условиями сопряжения на контактных поверхностях материалов с различными магнитными свойствами. Рассматриваемая задача является трехобластной: с областью внутри экрана, областью в многослойной стенке экрана и бесконечной областью вне экрана. В работе [1] разработана методика преобразования трехобластной задачи в однообластную задачу в пленке.

Пользуясь методикой, изложенной в работах [1, 2], краевую задачу для двухслойного цилиндрического экрана сведем к решению нелинейного уравнения Лапласа в декартовой системе координат в двухслойной области $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega}_2$, где $\bar{\Omega}_1 = \{0 \leq x \leq x^*, 0 \leq y \leq 1\}$, $\bar{\Omega}_2 = \{x^* \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

Для нахождения потенциала $u(x, y)$ внутри двухслойного экрана в новых переменных x, y сформулируем краевую задачу.

Краевая задача. Требуется определить потенциал $u = u(x, y)$, который при заданных внешнем радиусе цилиндрического экрана R , толщине слоев h_k ($k = 1, 2$) и первичном магнитном поле H_0 удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(B \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad 0 < x < x^*, \quad x^* < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad (1)$$

граничным условиям

$$\left(A \frac{\partial u}{\partial x} - u \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad \left(A \frac{\partial u}{\partial x} + u \right) \Big|_{x=1} = 2H_0 R \cos \pi y, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (2)$$

$$B \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad B \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=1} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

и условиям сопряжения на границе слоев пленки

$$u|_{x=x^*-0} = u|_{x=x^*+0}, \quad A \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x^*-0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x^*+0}, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (4)$$

где

$$A = (x + \bar{\alpha})\mu_k(H_k), \quad B = \frac{1}{\pi^2(x + \bar{\alpha})}\mu_k(H_k), \quad (x, y) \in \Omega_k, \quad k = 1, 2.$$



В случае намагничивающегося материала магнитная проницаемость зависит от магнитного поля $\mu = \mu(|\mathbf{H}|) = \mu(H)$. Зависимость магнитной проницаемости от магнитного поля каждого из слоев пленки выберем с учетом экспериментальных данных. Так для слоев толщиной $0 < h_k < 0.2$ мм магнитную проницаемость в области Ω_k с учетом экспериментальных зависимостей зададим формулой [1, 2]

$$\mu_k(H_k) = \frac{B_{m,k}\bar{H}_k + C_{1,k}}{\bar{H}_k^2 + C_{2,k}\bar{H}_k + C_{1,k}}, \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

где

$$\bar{H}_k = 10^{-2} H_k = \frac{10^{-2}}{h_1 + h_2} \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{\pi^2(x + \bar{\alpha})^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}, \quad (6)$$

$$C_{1,k} = \frac{M_{\max,k} H_{m,k}^2}{M_{\max,k} - 1}, \quad C_{2,k} = \frac{B_{m,k}}{M_{\max,k}} - 2H_{m,k},$$

$M_{\max,k}$ – максимальное значение магнитной проницаемости (5), $H_{m,k}$ – точка достижения максимума функции (5) для k -го слоя экрана, $B_{m,k}$ – индукция материала слоя k .

Коэффициент эффективности экранирования ϵ , указывающий на степень ослабления внешнего магнитного поля экранирующим материалом, определим равенством [1]

$$\epsilon = H_0(0)/H_1(0), \quad (7)$$

в котором $H_1(0) = u(x=0, y=0)/(R - h_1 - h_2)$ – напряженность магнитного поля в точке $(0, 0)$.

Задача (1)–(4) решена численно конечно-разностным методом, согласно которому дифференциальные уравнения заменяются дискретными аналогами, полученными на разностной сетке [4]. Уравнение (1) и условия (2)–(4) аппроксимируем со вторым порядком точности. Решение построенной системы алгебраических уравнений находим с помощью итерационного процесса методом матричной прогонки [4]. По найденному потенциалу u вычисляем магнитное поле (6) и коэффициент экранирования (7).

Разработанная модель позволяет численно исследовать распределение напряженности магнитного поля в двухслойной пленке, распределение магнитной проницаемости материала слоев пленки, эффективность экрана в зависимости от величины напряженности внешнего магнитного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф18-128).

Литература

1. Громыко Г. Ф., Грабчиков С. С., Ерофеев В. Т., Заяц Г. М. *Эффективность экранирования постоянных магнитных полей цилиндрическим экраном с учетом нелинейных эффектов* // Физические основы приборостроения. 2015. Т. 4. № 4 (17). С. 30–39.
2. Ерофеев В. Т., Заяц Г. М., Громыко Г. Ф. *Численное исследование структуры магнитного поля в цилиндрическом пленочном экране* // Информатика. 2016. № 50. С. 5–18.
3. Ерофеев В. Т., Громыко Г. Ф., Заяц Г. М. *Краевые задачи с интегральными граничными условиями для моделирования магнитных полей в цилиндрических пленочных оболочках* // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53. № 7. С. 962–975.
4. Самарский А. А., Николаев Е. С. *Методы решения сеточных уравнений*. М.: Наука, 1978.