РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА, ОПИСЫВАЮЩЕЕ ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ НА ТЕРМОФОРЕЗ АЭРОЗОЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ

Н.В. Малай, Н.А. Скопец

Рассматривается крупная аэрозольная [1] частица сферической формы радиуса R, однородная по своему составу. Частица находится во взвешенном состоянии в газе с плотностью ρ_e, теплопроводностью λ_e и вязкостью μ_e, внутри которой действуют тепловые источники плотностью q_i. С помощью внешних источников в газе поддерживается постоянный малый градиент температуры ∇T, направленный вдоль оси Oz (ось Oz направлена горизонтально).

Здесь и далее индексы « $_e$ » и « $_i$ » отностятся к газу и частице соответственно, индексом « $_S$ » обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы, индекс « $_\infty$ » обозначает физические величины, характеризующие газообразную среду в невозмущенном потоке.

Процесс теплопереноса в системе частица–газообразная среда протекает квазистационарно в связи с малым временем тепловой релаксации, движение частицы происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса.

Начало системы отсчета свяжем с центром масс движущейся аэрозольной частицы, и задачу решаем в сферической системе координат. Задача сводится к анализу обтекания частицы бесконечным плоскопараллельным потоком газа со скоростью $\mathbf{U}_\infty$. Распределения скоростей, давлений и температур обладают аксиальной симметрией относительно OZ.

Задача заключается в нахождении полей температур вне и внутри частицы, которые описываются следующей системой уравнений [2]:

$$\rho_e c_{pe}(\mathbf{U}_e \cdot \nabla)T_e = \lambda_e \Delta T_e, \tag{1}$$

$$\Delta T_i = -q_i/\lambda_i, \tag{2}$$

где $c_{pe}, \rho_e, \lambda_e$ – теплоемкость при постоянном давлении, плотность и теплопроводность газообразной среды, λ_i – теплопроводность частицы.

Система уравнений решалась со следующими граничными условиями:

$$r = R: \quad T_i = T_e, \quad \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + \sigma_0 \sigma_1 (T_i^4 - T_\infty^4), \tag{3}$$

$$r \to \infty: \quad T_e = T_e + |\nabla T_e| r \cos\Theta, \tag{4}$$

$$r \to 0: \quad T_i \neq \infty. \tag{5}$$

Здесь σ_0, σ_1 – интегральная степень черноты частицы и постоянная Стефана–Больцмана. В граничном условии (3) на поверхности частицы учтено равенство температур и непрерывность радиального потока тепла с учетом излучения. На большом расстоянии от частицы справедливо граничное условие (4), конечность физических величин учтена в (5).

Уравнения (1) и (2) решаются методом разделения переменных. При этом считается, что поле скорости задано (стоксовское поле скорости) и в результате решения были получены следующие выражения для t_e и t_i $(t_k = T_k/T_{e\infty},\ k = e, i)$:

$$t_e(y,\Theta) = T_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y,\Theta), \quad t_i(y,\Theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y,\Theta),$$

где

$$t_{e0}(y) = 1 + \frac{\Gamma_0}{y}, \quad t_{i0}(y) = B_0 + \frac{C_0}{y} - \frac{1}{y}\int\limits_y^1 \psi_0\,dy + \int\limits_y^1 \frac{{}_0}{y}\,dy, \quad \omega = \Pr\Gamma_0,$$

$$C_0 = \frac{1}{4\pi R\lambda_i T_{e\infty}}\int\limits_V q_i\,dV, \quad t_{e1}(y) = \cos\Theta\left[y + \frac{\Gamma_1}{y^2} + \frac{\omega}{2}\left(\frac{A_2}{y} - \frac{A_1}{2y^3}\right)\right],$$

$$t_{i1}(y) = \cos\Theta\left[B_1 y + \frac{C_1}{y^2} + \frac{1}{3}\left(y\int\limits_y^1 \frac{{}_1}{y^2}\,dy - \frac{1}{y^2}\int\limits_y^1 \psi_1 y\,dy\right)\right], \quad C_1 = \frac{1}{4\pi R^2\lambda_i T_{e\infty}}\int\limits_V q_i z\,dV,$$

$$\psi_0 = -\frac{R^2}{2\lambda_i T_{e\infty}}y^2\int\limits_{-1}^{+1} q_i(r,\Theta)\,dx, \quad \psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_i T_{e\infty}}y^2\int\limits_{-1}^{+1} q_i(r,\Theta)x\,dx,$$

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур, определяются из граничных условий на поверхности частицы. В частности, для коэффициентов Γ_0, Γ_1 имеем

$$\Gamma = \frac{1}{\delta}\left(\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} - \omega_0\right) + 3\frac{C_1}{\delta} - \frac{\omega}{2\delta}\left[A_2\left(\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_0\right) - \frac{A_1}{2}\left(3\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_0\right)\right], \quad \Gamma_0 = t_{eS} - 1.$$

Здесь $\delta = 2\dfrac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_0$, $\omega_0 = 1 + 4\dfrac{\sigma_0\sigma_1 R}{\lambda_{iS}}T_{e\infty}^3 t_{eS}^3$, $t_{iS} = t_{i0}(y=1)$, $t_{eS} = t_{e0}(y=1)$.

Среднее значение температуры поверхности частицы T_{iS} определяется из решения следующей системы уравнений, в которой $T_{iS} = t_{iS}T_{e\infty}$, $T_{eS} = t_{eS}T_{e\infty}$:

$$y = \begin{cases} t_{eS} = t_{iS}, \\ t_{eS} - 1 = \dfrac{1}{4\pi R\lambda_e T_{e\infty}}\displaystyle\int\limits_V q_i\,dV - \sigma_0\sigma_1\frac{RT_{e\infty}^3}{\lambda_e}[t_{iS}^4 - 1]. \end{cases} \qquad (8)$$

Литература

1. Яламов Ю. И., Галоян В. С. *Динамика капель в неоднородных вязких средах.* Ереван: Луйс, 1985.

2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика. Т. 6: Гидродинамика.* М.: Наука, 1986.