СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТОЧНЫМИ И ПРИБЛИЖЕННЫМИ РЕШЕНИЯМИ МОДЕЛИ ХЕМОСТАТА, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ПОПУЛЯЦИОННУЮ ДИНАМИКУ БАКТЕРИАЛЬНЫХ ПЛАЗМИД

Е.Н. Швычкина

Для моделирования непрерывного процесса культивирования генномодифицированных микроорганизмов применим методы, рассмотренные в работах [1, 2]. Для описания динамики нестабильных штаммов микроорганизмов наиболее продуктивное развитие получила модель, разработанная и проанализированная Ф. Стюартом и Б. Левиным [1]:

$$\frac{ds}{dt} = (s_0 - s(t))D - \frac{(1-\rho)m_2x_1(t)s(t)}{a_2+s(t)} - \frac{m_2x_2(t)s(t)}{a_2+s(t)},$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \left(\frac{m_2(1-\rho)(1-q)s(t)}{a_2+s(t)} - D\right)x_1(t),$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{m_2s(t)(q(1-\rho)x_1(t)+x_2(t))}{a_2+s(t)} - Dx_2(t), \tag{1}$$

где $s(t)$ – плотность питательного субстрата, $x_1(t)$, $x_2(t)$ – соответственно плотности плазмидосодержащего и бесплазмидного микроорганизмов в момент времени t. Входящие в систему (1) параметры m_2, a_2, ρ, q, D носят биологический характер [1, 2]. В работе [2] при $t \to \infty$ было найдено аналитическое двухпараметрическое семейство решений системы (1).

В данной работе проведен численный анализ решений модели хемостата (1) на предмет лучшего приближения к точному аналитическому решению, найденному с использованием асимптотических методов и равных значениях постоянных Михаэлиса–Ментен. Пусть заданы следующие значения параметров и начальных условий

$$D = 2, \quad q = \frac{1}{5}, \quad a_2 = \frac{1}{5}, \quad s_0 = \frac{1}{2}, \quad \rho = \frac{3}{8}, \quad x_{10} = 1, \quad x_{20} = 1. \tag{2}$$

На рисунке построено численное решение (пунктирная линия) задачи Коши (1), (2). Там же это решение совмещено с аналитическим решением (сплошная линия) [3]. При этом отмечена точка с координатами, через которую проходят оба графика функции $(15, 1.49 \times 10^{-7})$. Таким образом можно заключить, что на промежутке $t > 15$, для исследования характера поведения функции $x_2(t)$, можно использовать вместо численного решения, точное аналитическое.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф17М-124).

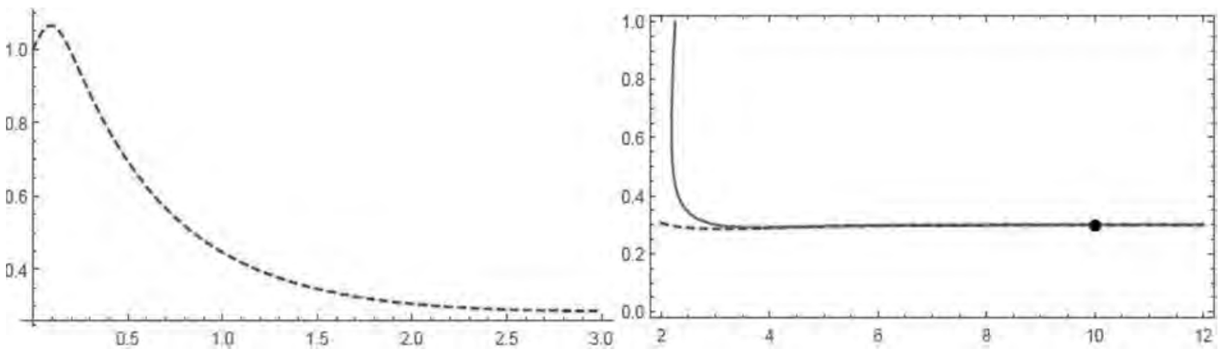

Рисунок. Графики функции $x_2(t)$, найденные при помощи численных методов (пунктирная линия) и аналитического метода (сплошная линия).

Литература

1. Levin B. R., Stewart B. R. *The Population Biology of Bacterial Plasmids: a priori Conditions for the Existence of Mobilizable Nonconjugative Factors* // Genetics. 1980. V. 94. № 2. P. 425–443.

2. Chichurin A., Shvychkina A. *Simulating the Population Dynamics of the Bacterial Plasmids with the Equal Half-Saturation Constants* // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. 2015. V. 5. P. 55–62.

3. Чичурин А. В., Швычкина Е. Н. *Класс аналитических решений системы, описывающей популяционную динамику бактериальных плазмид и его визуализация* // Математика. Інформаційні технології. Освіта: зб. ст. конф. «Математика. Інформаційні технології. Освіта», Луцьк, 7 червня 2016 р. Східноєвропейский нац. ун-т. ім. Лесі Українки. Луцьк, 2016. № 3201 (6). С. 152–160.