МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Е.Л. Старовойтова

Преподавание курса высшей математики в техническом ВУЗе предполагает осуществление прикладной направленности обучения как одного из направлений повышения качества подготовки специалистов, как предпосылки для стимулирования и развития самостоятельной познавательной деятельности обучаемых, как эффективного средства для осознанного усвоения студентами содержания курса. В период обучения в техническом вузе интересы студентов в определенной степени уже сформированы и направлены на избранную профессию. Поэтому мотивировать студентов на осознанное изучение курса высшей математики возможно через показ практической значимости содержания курса и его связь с будущей профессиональной деятельностью. При этом необходимо: учитывать специфику обучения в техническом вузе; показывать, по возможности, применение математических знаний в практике (например, инженерной) на каждом занятии (лекционном, практическом и т.д.); иллюстрировать необходимость знания математического аппарата при изучении общетехнических и специальных дисциплин через междисциплинарные связи и использование прикладных задач. Решение прикладных задач должно моделировать профессиональную деятельность будущего специалиста (например, инженера) и формировать его профессиональные качества.

Таким образом, прикладные задачи с присущими им дидактическими функциями выступают основой для осуществления прикладной направленности математической подготовки будущего специалиста (инженера). Их развивающие функции обеспечивают развитие аналитического мышления специалиста, необходимого для понимания функциональных зависимостей различных параметров; творческого мышления; адекватного восприятия реальных задач, встречающихся в профессиональной деятельности, переводу их на математический язык, решение и его анализ математическими средствами. Все это способствует повышению качества математической подготовки как элемента профессиональной подготовки.

Однако активное использование прикладных задач на занятиях по высшей математике затруднено рядом обстоятельств, одним из которых является отсутствие необходимого для их решения времени в рамках учебного процесса. Тем не менее, решение прикладных задач позволяет формировать умение математического моделирования как совокупности знаний и навыков, направленных на использование метода познания окружающего мира, заключающегося в построении и исследовании математических моделей его отдельных процессов, явлений и объектов [1]. Математическая модель есть описание изучаемого объекта, процесса или некоторой ситуации на языке математических понятий, формул, уравнений, отношений и т.д.

При решении многих прикладных задач часто не удается установить непосредственную зависимость между искомыми и данными переменными величинами, но зато удается составить уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию и ее производные. Такие уравнения называются дифференциальными.

При обсуждении определения дифференциальных уравнений полезно обратить внимание студентов на следующие важные моменты: 1) дифференциальное уравнение – это математическая модель ряда законов природы. Они выражаются равенствами, характеризующими изучаемый процесс, в котором участвуют неизвестные функции и их производные. Такие равенства называются дифференциальными уравнениями, т.е. дифференциальные уравнения содержат производные от переменных состояния по независимым переменным (времени, глубине, расстоянию и др.); 2) дифференциальные уравнения появляются как математическая форма записи ряда законов природы, а изучение процессов, описываемых этими законами, сводится к изучению свойств решений дифференциальных уравнений; 3) зачастую, имея разное фабульное содержание, прикладные задачи решаются с помощью одной и той же математической модели, в частности, с помощью дифференциальных уравнений (например, задачи из химии и биологии о внутривенном питании глюкозой, о концентрации раствора, о модели сезонного роста и многие другие), поэтому, научившись решать одну задачу, несложно построить математическую модель других сходных процессов для решения задачи из другой предметной области; 4) решить дифференциальное уравнение означает нахождение всех функций $y(x)$, которые обращают уравнение в тождество; все решения дифференциального уравнения задаются формулой, представляющей собой его общее решение; 5) при решении задач, приводящих к решению дифференциальных уравнений, метод математического моделирования будет включать в себя следующие этапы: создание математической модели объекта или явления, т.е. перевод конкретной ситуации на математический язык (составление дифференциального уравнения по условию задачи); исследование модели – решение математической задачи средствами выбранной теории (решение дифференциального уравнения); интерпретация полученного решения – перевод результата математического моделирования на язык той предметной области, в которой была сформулирована исходная задача.

Для разъяснения и уточнения понятия дифференциального уравнения, а также способа его решения с использованием метода математического моделирования можно предложить задачу о размножении бактерий: «Скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. В начальный момент $t = 0$ имелось 100 бактерий, а в течение 3 ч их число удвоилось. Найти зависимость количества бактерий от времени. Во сколько раз увеличится количество бактерий в течение 9 ч?» (Полученное равенство представляет собой математическую модель процесса размножения бактерий) [2].

Целесообразно разобрать пример задачи, решение которой сводится к решению дифференциального уравнения. Таким примером служит, в частности, задача об охлаждении тела: «Скорость охлаждения тела в воздухе прямо пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха. Температура воздуха равна $20\,°\mathrm{C}$. Известно, что в течение 20 мин тело охлаждается от $100\,°\mathrm{C}$ до $60\,°\mathrm{C}$. Определить закон изменения температуры тела в зависимости от времени». (Полученное соотношение в виде дифференциального уравнения является математической записью закона охлаждения, выражающее зависимость между функцией (температурой) и ее производной в один и тот же момент времени).

При разъяснении сути метода математического моделирования при рассмотрении прикладных задач, решение которых сводится к решению дифференциальных уравнений, можно использовать задачный материал, представленный в [3–6] и др.

Литература

1. Умнов А. Е. *Методы математического моделирования.* М.: МФТИ, 2012.

2. Баврин И. И. *Начала анализа и математические модели в естествознании* // Математика в школе. 1993. № 4. С. 46.

3. Амелькин В. В. *Дифференциальные уравнения в приложениях.* М.: Наука, 1987.

4. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. и др. *Высшая математика для экономистов: учебник для вузов.* М.: ЮНИТИ, 2002. – 471 с.

5. Пономарев К. К. *Составление дифференциальных уравнений.* Мн.: Вышэйшая школа, 1973.

6. Просветов Г. И. *Дифференциальные уравнения: Задачи и решения.* М.: «Альфа-Пресс», 2011.