

УДК 519.8

А. Е. Моисеев**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ТЕРМОСТАТЕ
БИОЛОГИЧЕСКОМ**

В статье отражены основные закономерности тепловых процессов, протекающих в составных частях термостата и его отдельных составляющих, при достижении температуры стабилизации в рабочей области термостата и последующем погружении в него ампул с размораживаемым материалом. Приводится модель термостата.

В последние годы в целях улучшения качества поголовья крупного рогатого скота (КРС) используют искусственное оплодотворение коров биологическим материалом (спермой) элитных быков-производителей. Поскольку биологический материал требует длительного хранения, для этого применяется метод криоконсервирования, т.е. замораживание по определенной технологии в жидком азоте до необходимой температуры. Чтобы сперму можно было использовать для оплодотворения, её следует расконсервировать, т.е. нагреть до определенной температуры. Для этого применяют специально разработанные для этих целей приборы-термостаты, которые обеспечивают процессы оттаивания и нагревания биологического материала, а также поддержание необходимой температуры, иначе, в случае нарушения технологии и отклонения температуры от требуемой величины, в дальнейшем будет невозможно использование биологического материала для оплодотворения КРС.

Математическое описание термостата можно представить в виде, отражающем основные закономерности протекания тепловых процессов в составных частях как самого термостата в целом, так и отдельных составляющих элементов.

Термостат состоит из следующих основных составных частей: корпуса, стакана, крышки и датчика температуры, устанавливаемого с внешней стороны рабочей зоны стакана. Между корпусом и стаканом имеется воздушный промежуток для уменьшения потерь тепловой энергии на излучение в окружающую среду. По своей конструкции стакан представляет собой в нижней части диск толщиной 15 мм, к которому примыкает стенка толщиной 4 мм. На боковой стороне диска расположен плоскостной нагревательный элемент. Для повышения запаса тепловой энергии и стабилизации температуры в рабочей зоне термостата в стакан наливается вода. Между верхней границей воды и крышкой имеется воздушная прослойка.

Рассмотрим тепловые процессы, протекающие в термостате.

Тепловые процессы нагрева стакана можно разделить на две составляющие:

- нагрев диска при подаче тепловой энергии со стороны нагревательного элемента;

- нагрев стенки стакана, примыкающей к диску.

Тепловые процессы нагрева воды в стакане также можно разделить на две части:

- нагрев воды от поверхности диска;

- нагрев воды от внутренней поверхности стенки стакана.

Результирующая температура воды будет представлять суперпозицию от двух процессов.

Тепловой процесс распределения температуры в зоне установки датчика температуры является основным, т. к. обеспечивает поддержание температуры в рабочей зоне термостата с использованием обратной связи по температуре. Важной

задачей является определение времени реакции датчика температуры в процессе подачи тепловой энергии к стакану со стороны нагревательного элемента.

Для определения температурных полей примем следующую расчетную систему: вода – стенка цилиндра – изолятор – датчик температуры – воздух, которую можно представить в виде трехслойной цилиндрической стенки, снаружи охлаждаемой воздухом, а изнутри контактирующей с водой. Тепловое состояние всей схемы будем считать стационарным. Коэффициенты теплопроводности слоев принимаются независимыми от температуры, а тепловой контакт между слоями идеальным. Расчетная система приведена на рис. 1.

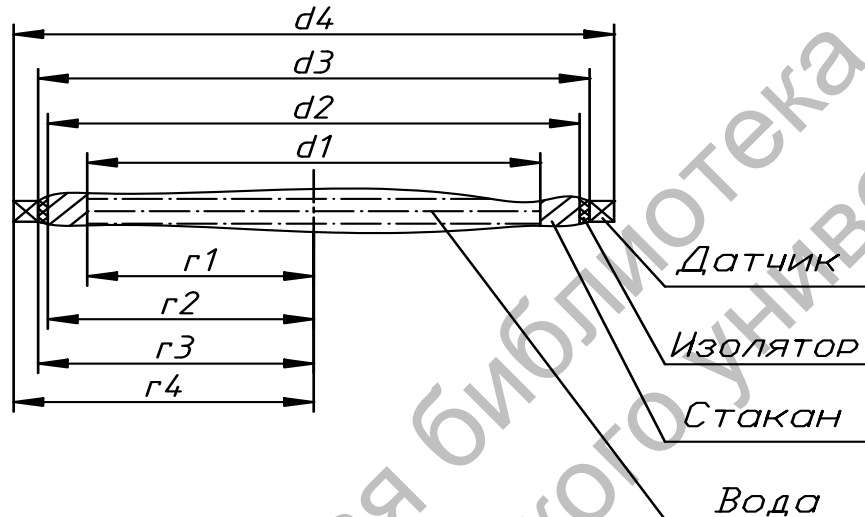


Рис. 1. Расчетная система для определения распределения температур в разнородных стенках, соприкасающихся с водой и воздухом

Принимаем, что T_B – температура воды в стакане; T_O – температура окружающей среды, К; T_1 и T_2 – температура стенок внутренних слоев соответственно; T_3 и T_4 – температура стенок на границе вода – стакан и датчик – окружающая среда соответственно; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности слоев; d_1, d_2, d_3, d_4 – диаметры первого, второго, третьего и четвертого слоев соответственно; r_1, r_2, r_3, r_4 – радиусы первого, второго, третьего и четвертого слоев соответственно; α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи воды и окружающей среды соответственно; l – высота рабочей зоны термостата.

Тогда по закону Фурье для кольцевого слоя тепловой поток будет равен:

$$Q_1 = -2\lambda_1 \pi r l \left(\frac{dt}{dr} \right), \quad (1)$$

где Q_1 – тепловой поток в стенке стакана; λ_1 – коэффициент теплопроводности стакана; r – радиус; l – высота рабочей зоны термостата.

Разделяя переменные, получаем:

$$dt = -(Q/2\pi\lambda_1 l) \cdot (dr/r). \quad (2)$$

Интегрируя уравнение (2) в пределах от T_B до T_1 и от r_1 до r_2 при $\lambda_1 = const$:

$$T_B - T_1 = (Q/2\pi\lambda_1 l) \ln \frac{r_2}{r_1},$$

откуда

$$Q_1 = (2\pi\lambda_1 l \cdot (T_B - T_1)) / (\ln(\frac{d_2}{d_1})). \quad (3)$$

Из (3) видно, что распределение температур в слое представляет собой логарифмическую кривую. Общая температурная кривая представляет собой множество логарифмических кривых. При стационарном режиме через все слои проходит один и тот же тепловой поток, который для каждого слоя равен соответственно:

$$Q_1 = (2\pi\lambda_1 l \cdot (T_B - T_1)) / (\ln(\frac{d_2}{d_1}));$$

$$Q_2 = (2\pi\lambda_2 l \cdot (T_1 - T_2)) / (\ln(\frac{d_3}{d_2}));$$

$$Q_3 = (2\pi\lambda_3 l \cdot (T_2 - T_0)) / (\ln(\frac{d_4}{d_3})),$$

где Q_1, Q_2, Q_3 – тепловые потоки в стакане, изоляторе и датчике температуры соответственно; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности в стакане, изоляторе и датчике температуры соответственно.

Решая полученные уравнения относительно разности температур, получаем:

$$T_B - T_0 = \frac{Q}{2\pi l} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3} \right),$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi l (T_B - T_0)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}}. \quad (4)$$

Необходимо также учесть передачу тепла от греющейся воды внутри рабочей зоны стакана термостата в окружающую среду через слои. Тогда тепловой поток можно представить следующим образом:

$$Q = \frac{\pi \cdot l (T_B - T_0)}{1/(\alpha_1 \cdot d_1) + (1/(2\lambda_1)) \ln(d_2/d_1) + (1/(2\lambda_2)) \ln(d_3/d_2) + (1/(2\lambda_3)) \ln(d_4/d_3) + 1/(\alpha_2 \cdot d_4)}. \quad (5)$$

После того, как температура воды в стакане достигнет установившегося значения, что приблизительно соответствует 38,5–39,5 °С, в него помещают бутылочку либо ампулу с физиологическим раствором (Цитрат натрия), в который помещен шарик с биологическим материалом, замороженным в жидком азоте. Физиологический раствор должен быть подогрет до температуры стабилизации T_{B2} (38,5–39,5 °С) за некоторое время t . В термостате будут происходить следующие процессы:

– физиологический раствор с помещенным в него биологическим материалом должен быть подогрет от температуры заморозки T_{31} до температуры оттаивания,

что соответствует 0°C и далее до температуры стабилизации T_B за время t ;

- температура воды в стакане охлаждается от температуры T_B до температуры T_{B1} ;
- конечная температура воды в стакане в периодическом процессе будет все время увеличиваться по мере повышения температуры физиологического раствора внутри бутылочки и в конце процесса, через время t , температура T_{B1} станет равной T_B .

Тогда уравнение теплопередачи примет вид:

$$Q = K \cdot F \cdot \Delta t_{CP.H} \cdot t, \quad (6)$$

где K – коэффициент теплопередачи; F – поверхность теплопередачи; $\Delta t_{CP.H}$ – средняя разность температур при периодическом нагревании.

Средняя разность температур для процесса нагревания физиологического раствора в бутылочке определяется по формуле

$$\Delta t_{CP.H} = \frac{T_{B2} - T_{31}}{2,3 \cdot \lg \frac{T_B - T_{31}}{T_B - T_{B2}}} \cdot \frac{A - 1}{2,3 \cdot A \lg A}, \quad (7)$$

где $A = \frac{T_B - T_3}{T_{B1} - T_3}$; T_3 – температура физиологического раствора в любой момент.

Описывая математическую модель термостата, используем приведенные выше требования и выражения.

Для того, чтобы математическое описание модели было приближено с достаточной точностью к процессам, протекающим в исследуемом объекте, оговорим условия и сделаем необходимые допущения.

Примем во внимание, что тепловое распределение полей изменить невозможно, поскольку конструкция основных элементов не подлежит изменению.

Модель должна учитывать процессы, протекающие в различных частях термостата, а также возможные изменения условий эксплуатации и влияние окружающей его среды:

- исследования проводятся как при изменении температуры технологического раствора (воды) внутри стакана термостата до необходимой температуры, так и в установившемся тепловом режиме системы;
- описание процессов в блоке управления с учетом изменения питающего напряжения;
- процессы, протекающие при нагреве диска стакана термостата;
- процессы нагрева воды в рабочей зоне термостата, при передаче тепловой энергии от стакана термостата;
- процесс распределения температуры по высоте столба воды рабочей зоны термостата;
- процесс нагрева стенок термостата для снятия сигнала обратной связи по температуре с датчика температуры;
- процесс рассеивания некоторого количества тепла в окружающую среду с поверхности верхнего слоя технологического раствора, налитого в стакан термостата;
- процесс изменения температуры стакана вдоль его длины, по существующим продольным потокам тепла, направленным от нагретого конца стакана к концу, имеющему более низкую температуру;
- принимаем, что сечение стакана, по которому циркулирует технологический раствор, сохраняет постоянную величину и представляет собой окружность диаметром d ;

– течение технологического раствора по стакану термостата при тепловой конвекции не терпит разрывов и подчиняется закону сохранения массы. Плотность воды в холодных и нагретых слоях стакана термостата неодинакова, поэтому и скорости циркуляции жидкости в различных слоях должны отличаться друг от друга. Но учитывая, что в исследуемом диапазоне практически имеющихся температур от 10 до 40 °С удельный вес воды изменяется незначительно, то принимаем, что скорости циркуляции жидкости в различных слоях приблизительно равны;

– в рассматриваемой системе происходит процесс конвекции технологического раствора внутри стакана термостата в поле гравитационных сил. Существенное значение имеет расположение участков контура циркуляции по отношению направления сил тяготения. Принимаем, что канал нагрева технологического раствора в цилиндре термостата расположен вертикально, а диска стакана термостата – горизонтально.

Также необходимо учесть, что температура в слое, соприкасающемся с воздухом, не является постоянной величиной, а зависит от соотношения толщин слоев стенки, условий теплообмена и температуры охлаждающего воздуха.

Упрощенная модель термостата разработана в системе инженерных и научных расчетов Matlab 6.5 с использованием стандартных блоков пакета визуального моделирования SIMULINK.

Модель термостата приведена на рис. 2.

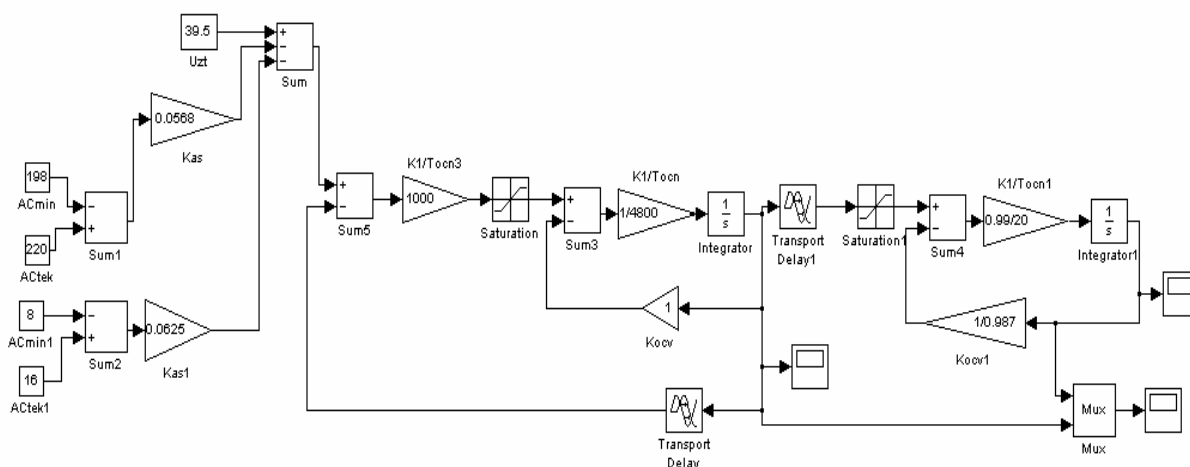


Рис. 2. Модель термостата в Matlab

Модель термостата исследуется при следующих воздействиях:

- при температуре окружающей среды 8 °С при изменении питающего напряжения в диапазоне $220 \text{ В} \pm 10 \%$ (198 В, 220 В, 242 В);
- при температуре окружающей среды 16 °С при изменении питающего напряжения в диапазоне $220 \text{ В} \pm 10 \%$;
- при температуре окружающей среды 24 °С при изменении питающего напряжения в диапазоне $220 \text{ В} \pm 10 \%$.

Изменения температуры в трубке и рабочей зоне при различных температурах и при различных напряжениях, а также время достижения температуры рабочего режима в трубке и рабочей зоне термостата приведены на рис. 3 и в табл. 1.

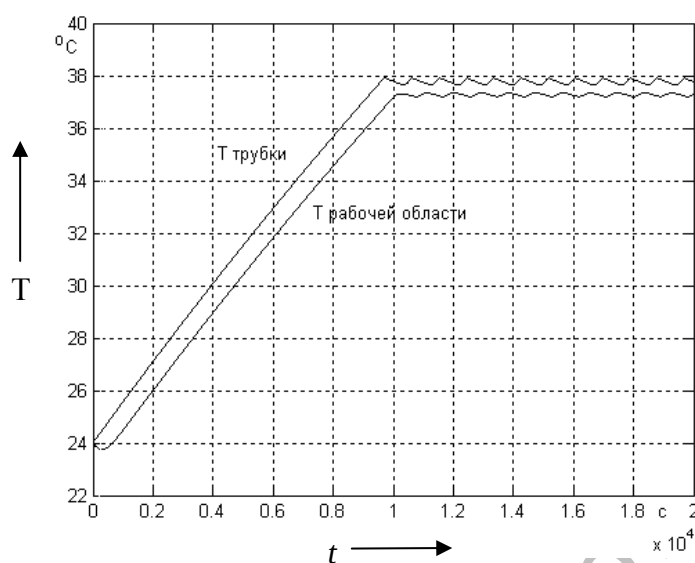
Рис. 3. Графики изменения температуры в трубке и в рабочей зоне при $U = 220$ В, $T_0 = 8$ °С

Табл. 1. Результаты исследований модели термостата

Параметр	$T_0 = 8$ °С			$T_0 = 16$ °С			$T_0 = 24$ °С		
	$U = 198$, В	$U = 220$, В	$U = 242$, В	$U = 198$, В	$U = 220$, В	$U = 242$, В	$U = 198$, В	$U = 220$, В	$U = 242$, В
Температура в трубке $T_{тр}$, °С	40	38,7	37,5	39,5	38,2	36,9	39	37,7	36,5
Температура в рабочей зоне $T_{раб}$, °С	39,4	38,2	37	38,9	37,7	36,5	38,5	37,2	36
Время достижения температуры рабочего режима $t_{реж}$ (тр/раб), мин	19/20	17/18	16/17	18/19	17/18	15/17	18/19	16/17	14/15

Анализ полученных выражений показывает, что температура в слое, соприкасающемся с воздухом, не является постоянной величиной, а зависит от соотношения толщин слоев стенки, условий теплообмена и температуры охлаждающего воздуха.

Охлаждающий воздух представляет собой воздушную прослойку между стаканом и корпусом, и его температура зависит от температуры окружающей среды (за пределами корпуса), температуры стакана и количества тепла, выделяемого системой управления, которая подключается к источнику напряжения, среднее значение которого изменяется в пределах ± 10 % от номинального значения.

Учитывая, что первый слой (стакан термостата) контактирует в верхней зоне непосредственно с окружающей средой, а расстояние от датчика до верхней границы незначительно, изменение температуры окружающей среды оказывает существенное влияние на температуру в зоне установки датчика. Для поддержания стабильной температуры стабилизации процесс настройки термостата выполняется при напряжении $U = 220$ В ± 2 %. Но температура окружающей среды может изменяться в пределах от 10 до 30 °С. Поэтому необходимо выполнить моделирование

термостата при фиксированном напряжении $U = 220 \text{ В} \pm 2 \%$ и различных значениях температуры внешней среды.

Результаты моделирования приведены на рис 4.

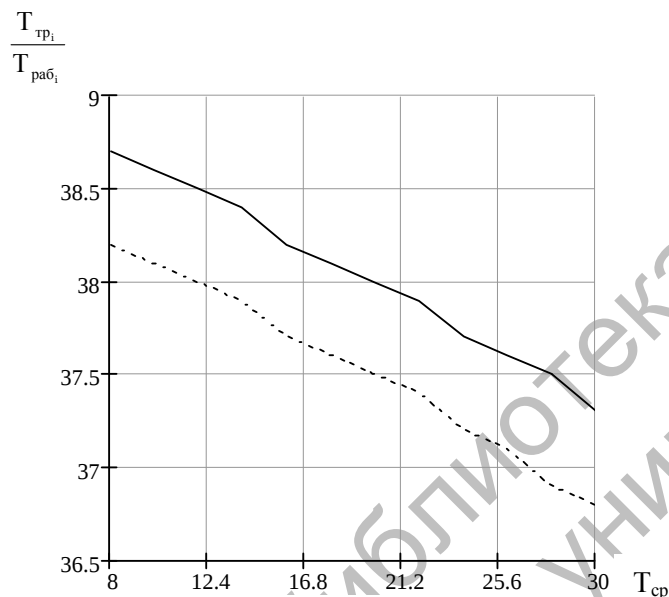


Рис. 4. Зависимость температуры в трубке $T_{гр}$ и рабочей зоне $T_{раб}$ при различных значениях температуры внешней среды $T_{ср}$

Сравнительный анализ данных, полученных в ходе экспериментальных исследований термостата на разработанном для этих целей лабораторном стенде, и результатов исследования модели термостата доказывает адекватность математического описания объекта и разработанной на основании этого описания модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нащокин, В. В. Техническая термодинамика и теплопередача : учеб. пособие для неэнергетических специальностей вузов / В. В. Нащокин. – М. : Высш. шк., 1975. – 496 с. : ил.
2. Справочник химика. – Л. : Химия, 1968. – Т. V. – 976 с.

Белорусско-Российский университет
Материал поступил 16.02.2006

A. E. Moiseev
The mathematical description
of the thermostat biological
Belarusian-Russian University

The main regularities of thermal processes passing in constituent parts of a thermostat, as well as in separate components of whole elements are reflected in the article. The mathematical model of a thermostat is given.