

УДК 621.74:669.714

В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко, В. Ю. Стеценко, К. Н. Баранов

МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ ОТЛИВКИ ПРИ ЛИТЬЕ НАПРАВЛЕННЫМ ЗАТВЕРДЕВАНИЕМ ОТ ВОДООХЛАЖДАЕМОГО СТЕРЖНЯ

UDC 621.74:669.714

V. N. Laptinskii, A. A. Romanenko, V. Yu. Stetsenko, K. N. Baranov

THE METHOD FOR CALCULATING SOLIDIFICATION PARAMETERS OF A CASTING DURING CASTING BY DIRECTIONAL SOLIDIFICATION FROM WATER-COOLED ROD

Аннотация

Созданы опытная установка для литья полых заготовок из силумина методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня и методика определения температурного поля в полученных отливках. Разработан полумпирический метод численно-аналитического расчета затвердевания отливок по показаниям термопар, установленных в них, позволяющий учитывать геометрию системы струйного охлаждения.

Ключевые слова:

направленное затвердевание, отливка, стержень, силумин.

Abstract

A pilot plant has been created to cast hollow billets of silumin using the method of directional solidification from a water-cooled rod, as well as a technique for determining the temperature field in the castings obtained. A semi-empirical method has been developed for the numerical-analytical calculation of solidification of castings according to the readings of thermocouples installed in them, which makes it possible to take into account the geometry of the jet cooling system.

Keywords:

directional solidification, casting, rod, silumin.

Введение

Расчет затвердевания отливки с помощью численного моделирования на ПК в последние десятилетия стал основным методом в расчетах затвердевания отливок. Тем не менее этот метод, наряду с определенными преимуществами, имеет и ряд недостатков, главными из которых являются большая трудоемкость и отсутствие наглядности. Поэтому, несмотря на расширение применения численных методов и ПК в расчетах затвердевания отливки, полумпирические численно-аналитиче-

ские методы не утратили своей актуальности. Эти методы значительно проще математического моделирования на ПК и дают более наглядное представление о влиянии различных факторов на исследуемый процесс. Весьма ценными являются численно-аналитические методы получения соответствующих температурных распределений, которые содержат структурные параметры, достаточно эффективно определяемые из эксперимента. Однако такие методы применительно к расчету затвердевания отливки при интенсивном охлаждении к настоящему времени пока еще



не разработаны [1, 2].

Известно, что главная задача теории затвердевания отливки состоит в выявлении связи между комплексом параметров условий литья и свойствами отливки из различных литейных сплавов. Решение этой задачи конструктивными математическими методами позволяет получить соответствующие инженерные формулы, что даст возможность эффективно управлять процессом затвердевания отливки. В результате экспериментальных исследований установлено, что свойства реальных отливок определяются динамикой затвердевания расплава при определенных условиях технологии литья.

Формирование слитка при литье – сложный процесс, сопровождающийся теплофизическими, физико-химическими, гидродинамическими, механическими и другими явлениями. Среди них наиболее важными являются теплофизические процессы. В настоящее время в научной литературе отсутствуют эффективные методы расчета затвердевания отливки, позволяющие получить

соответствующие температурные распределения, которые необходимо иметь для расчета затвердевания отливки.

В данной работе описаны опытная установка для литья силуминовой отливки методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня и методика для определения температурного поля в отливке [3].

Цель исследования. Разработка полуэмпирического метода численно-аналитического расчета затвердевания силуминовой отливки, полученной методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня.

Методика проведения эксперимента

Принципиальная схема процесса литья тонкостенных полых заготовок из силумина методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня со струйной системой охлаждения и стальной гильзой представлена на рис. 1 [4].

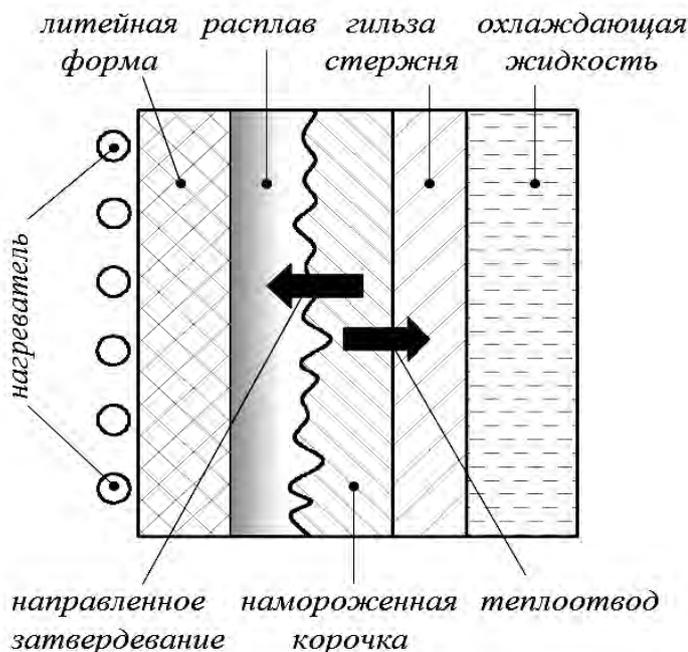


Рис. 1. Принципиальная схема процесса литья направленным затвердеванием от водоохлаждаемого стержня



Для осуществления процесса литья заготовок из силумина спроектирован соответствующий водоохлаждаемый стержень. В качестве материала этого стержня использовали стальную гильзу с толщиной стенки 4 мм. Наружная поверхность гильзы выполнена с конусностью $0,6^\circ$ к его продольной оси и имеет длину $2...2,5$ диаметра гильзы. Принцип функционирования водоохлаждаемого

стержня представлен на рис. 2. Охлаждение стержня происходит следующим образом. При включении насоса охлаждающая жидкость из подводющего патрубка 3 продавливается через экран с отверстиями 2, после чего в виде затопленных струй равномерно и интенсивно охлаждает внутреннюю поверхность гильзы 1 и отводится через патрубок 4.

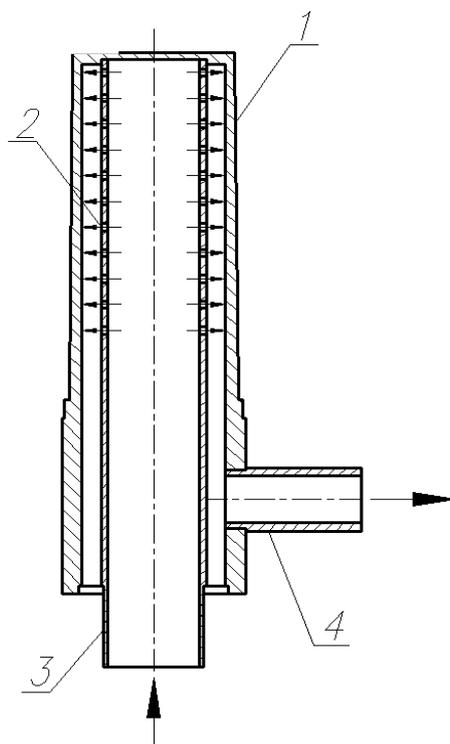


Рис. 2. Схема функционирования водоохлаждаемого стержня со струйной системой охлаждения: 1 – гильза; 2 – отверстия; 3 – подводный патрубок; 4 – отводящий патрубок

Затопленно-струйный метод охлаждения обеспечивает наиболее интенсивный теплоотвод от внутренней стенки кристаллизующейся отливки [5].

Распределение температуры по времени в отливке из сплава АК12 определяли экспериментально на опытной установке, общий вид которой представлен на рис. 3 [3]. Для получения опытных образцов использовали стальную гильзу наружным диаметром 65 мм, высотой 120 мм и толщиной стенки 4 мм.

В качестве шихты использовали

чушку из сплава АК12, ее химический состав: Al – основа; Si – 10,5...11,2 %; Cu – 0,51 %; Mn – 0,3 %; Fe – 0,5 %. Плавку вели в термической печи сопротивления марки «Snol-1300» в шамотографитовом тигле. Разливку жидкого металла проводили при температуре 850°C в предварительно разогретый до 500°C стальной съемный захват. Модификаторы не применялись. Расход воды в водоохлаждаемом стержне был равен $12\text{ м}^3/\text{ч}$. Для регистрации температуры применяли термопреобразователи, изготовленные из



термостойкого термоэлектродного провода ПТН/ХА/1/2х0,2(0,3)/1 диаметром 1 мм. В средней части рабочей полости съемного захвата располагали две термопары. Схема расположения термо-

пар в отливке представлена на рис. 4 [3]. Показания термопар фиксировали при помощи блока регистрации температуры фирмы LG и ноутбука.



Рис. 3. Общий вид экспериментальной установки с водоохлаждаемым стержнем диаметром 65 мм

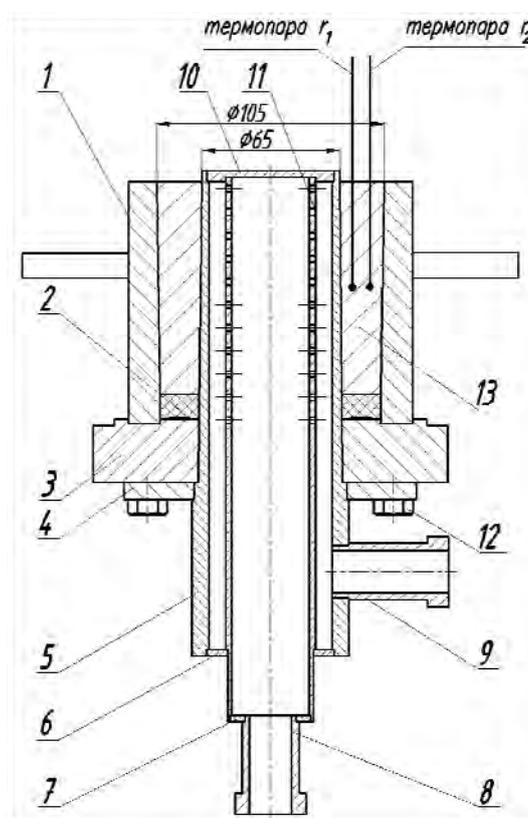


Рис. 4. Схема экспериментальной установки с термопарами: 1 – съемный захват; 2 – графитовое кольцо; 3, 4 – фланец; 5 – гильза; 6, 7 – кольцо; 8 – подводный патрубок; 9 – отводящий патрубок; 10 – заглушка; 11 – экран; 12 – болт; 13 – отливка



Из сплава АК12 были получены опытные образцы диаметром 105 мм, высотой 100 мм и толщиной стен-

ки 20 мм. Графики экспериментальных показаний термопар во время затвердевания отливки представлены на рис. 5 [3].

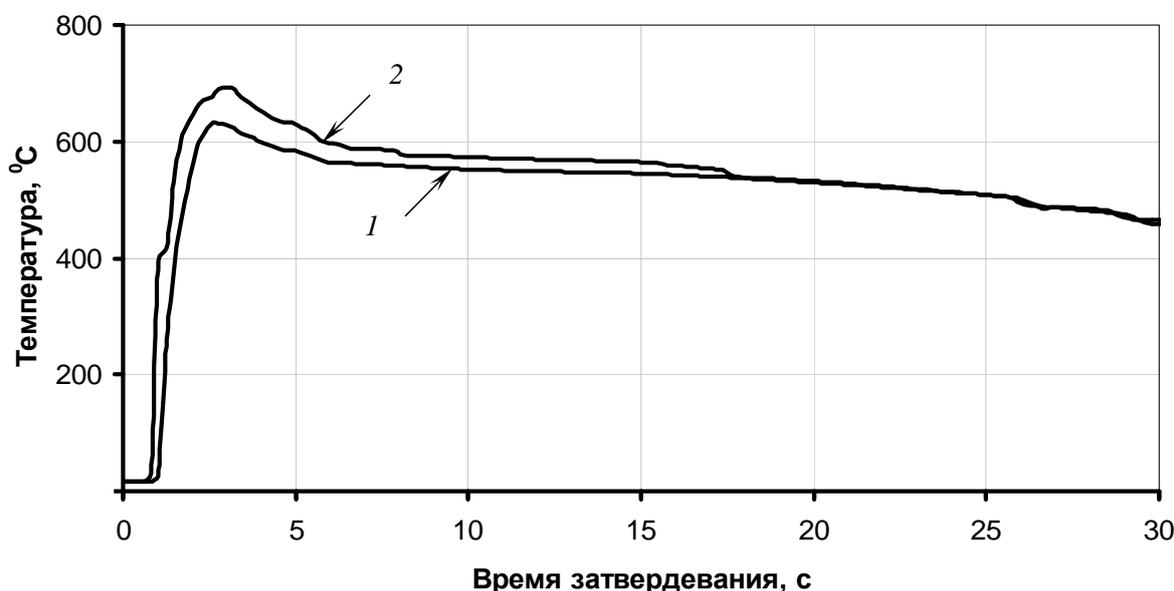


Рис. 5. Графики показаний термопар во время затвердевания отливки из сплава АК12: 1 – показания термопары r_1 ; 2 – показания термопары r_2

Методика расчета температурного поля в отливке и получение зависимостей, описывающих движение фронта затвердевания в ней

Расчет затвердевания отливки связан с решением задачи, которую можно отнести к обратным задачам теплопроводности. При этом методика расчета температурных полей является основой для изучения процессов затвердевания отливки. В данной работе ее математическую основу составляют методы интерполяции и метод наименьших квадратов. Методы интерполяции обеспечивают хорошую точность аппроксимации функций на небольших отрезках; метод наименьших квадратов позволяет строить приближенные формулы, пригодные на достаточно больших отрезках.

Методика расчета температурного поля в отливке водоохлаждаемого стержня является полуэмпирической, при этом используются показания тер-

мопар, количество которых определяется из конструктивных особенностей и технологических условий литья. Схема расположения термопар в установке приведена на рис. 6.

Термопара r_3 технологическая, и она используется для слежения за уровнем температуры, постоянно поддерживаемой в графитовой форме на уровне $T_1(t) \cong 550^\circ\text{C}$.

Основным структурным элементом этой методики является определение температурного поля $T(r, t)$ в точках отливки, в которых установлены термопары r_1 и r_2 (см. рис. 6) ($R_1 < r_1 < r_2 < R_2$), в виде зависимостей [3, 6, 7]:

$$T(r, t) \cong P_1(r, t) = \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} T_2(t) + \frac{r - r_2}{r_1 - r_2} T_1(t); \quad (1)$$



$$T(r, t) \approx \frac{\ln \frac{r_1}{r}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} T_2(t) + \frac{\ln \frac{r}{r_2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} T_1(t);$$

$$r_1 \leq r \leq r_2; \quad t_0 \leq t \leq t_f, \quad (2)$$

где $T_1(t)$, $T_2(t)$ – зависимости температуры от времени t в точках расположе-

ния термопар r_1 , r_2 . При этом начальный момент времени $t_0 = 4$ с соответствует началу затвердевания отливки (см. рис. 5), t_f – окончанию затвердевания отливки, т. е. условию $T(R_2, t_f) = T_k$ (здесь T_k – температура кристаллизации силумина).

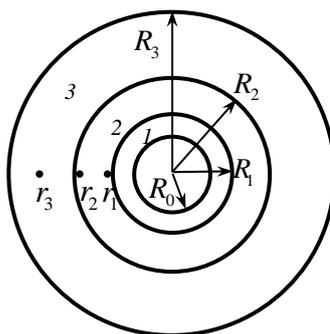


Рис. 6. Схема расположения термопар: 1 – гильза; 2 – отливка; 3 – графитовая форма; R_0 – внутренний радиус гильзы; R_1 – внешний радиус гильзы (внутренний радиус отливки); R_2 – внешний радиус отливки (внутренний радиус графитовой формы); R_3 – внешний радиус графитовой формы; r_1 , r_2 – расстояния от оси до термопар в отливке; r_3 – расстояние от оси до технологической термопары в графитовой форме

Значения $T(r, t_0)$ при $R_1 \leq r \leq R_2$ получаем на основе (1), полагая $T(r, t_0) \approx P_1(r, t_0)$, т. е. экстраполяцией на промежуток $[R_1, R_2]$. Аналогично поступаем с формулой (2). В [3] формула (2) получена на основе подхода к интерполированию функций, предложенного в [8].

Очевидно, для описания $T(r, t)$ в отливке следует использовать именно эти формулы, поскольку для радиальной аппроксимации удобен метод двухточечной аппроксимации из-за небольшого количества термопар в отливке. Метод наименьших квадратов для аппроксимации по времени является более эффективным (количество экспериментальных точек теоретически не ограничено). Правая часть в (2) соответствует решению стационарной задачи об определении распределения температуры в круговой цилиндрической стенке (обо-

лочке) (см., например [9, с. 38]). В силу известного свойства логарифмической функции приближения (1), (2) обладают практически одной точностью для достаточно тонких цилиндрических стенок. К таким стенкам относится стенка данной установки. Очевидно, для толстых стенок формула (1) может значительно уступать формуле (2) по точности. Таким образом, при расчете $T(r, t)$ можно учитывать геометрию системы охлаждения.

Для расчета температурного поля в отливке воспользуемся изложенной методикой и формулами (1), (2). Эти аппроксимации получены на основе результатов измерений температуры в отливке с помощью двух термопар.

Простейшие аппроксимации по времени, полученные по методу наименьших квадратов, имеют вид [3, 10]:

$$T_i(t) = T(r_i, t) \approx P_2(r_i, t) = a_0^{(i)} + a_1^{(i)}t + a_2^{(i)}t^2; \quad (3)$$



$$T_i(t) = T(r_i, t) \approx P_3(r_i, t) = b_0^{(i)} + b_1^{(i)}t + b_2^{(i)}t^2 + b_3^{(i)}t^3; \quad (4)$$

$$T_i(t) = T(r_i, t) \approx P_4(r_i, t) = c_0^{(i)} + c_1^{(i)}t + c_2^{(i)}t^2 + c_3^{(i)}t^3 + c_4^{(i)}t^4, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Числовые значения коэффициентов для (3)–(5) приведены в табл. 1–3, в которых через i обозначены номера термопар в отливке (см. рис. 6).

Табл. 1. Расчетные значения коэффициентов для $P_2(r_i, t)$

i	a_0	a_1	a_2
1	$0,67040735 \cdot 10^3$	$-0,12007794 \cdot 10^2$	0,28013429
2	$0,61236635 \cdot 10^3$	$-0,78197418 \cdot 10^1$	0,20148279

Табл. 2. Расчетные значения коэффициентов для $P_3(r_i, t)$

i	b_0	b_1	b_2	b_3
1	$0,80278625 \cdot 10^3$	$-0,53942418 \cdot 10^2$	$0,41564778 \cdot 10^1$	-0,10825945
2	$0,67778615 \cdot 10^3$	$-0,28543247 \cdot 10^2$	$0,21171176 \cdot 10^1$	$-0,53500306 \cdot 10^{-1}$

Табл. 3. Расчетные значения коэффициентов для $P_4(r_i, t)$

i	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
1	$0,92772364 \cdot 10^3$	$-0,10812164 \cdot 10^3$	$0,12100994 \cdot 10^2$	-0,58358781	$0,995202 \cdot 10^{-2}$
2	$0,73985664 \cdot 10^3$	$-0,55460174 \cdot 10^2$	$0,60640542 \cdot 10^1$	-0,28964949	$0,494429 \cdot 10^{-2}$

Качественный анализ полученных аналитических аппроксимаций различных порядков может быть выполнен на основе изучения соответствующих графиков. На рис. 7 представлены графики экспериментальных и аппроксимационных зависимостей температуры от времени затвердевания отливки (для термопар r_1, r_2), описываемых полиномами 4-го порядка.

Сравнительный анализ полученных зависимостей показывает, что применение формул (1)–(5) представляется вполне оправданным для приближенного описания температурного поля в отливке.

На основе (3)–(5) по форму-

лам (1), (2) получим явные приближенные распределения температурного поля $T(R_2, t)$ на границе отливка – графитовая форма:

$$T(R_2, t) \approx \frac{R_2 - r_1}{r_2 - r_1} T_2(t) + \frac{R_2 - r_2}{r_1 - r_2} T_1(t); \quad (6)$$

$$T(R_2, t) \approx \frac{\ln \frac{r_1}{R_2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} T_2(t) + \frac{\ln \frac{R_2}{r_2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} T_1(t), \quad (7)$$

т. е. экстраполяцией на промежуток $[R_1, R_2]$ (см. рис. 6).



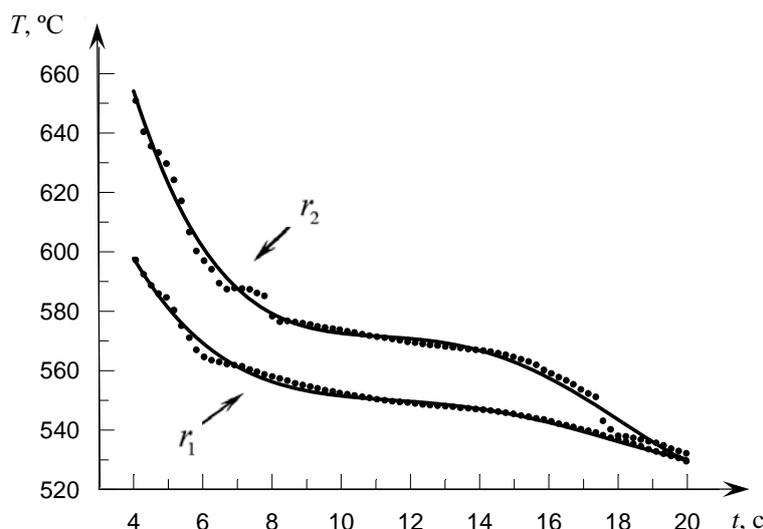


Рис. 7. Графики экспериментальных и аппроксимационных по 75 точкам зависимостей температуры от времени для термопар r_1 и r_2 (точками обозначены экспериментальные данные, сплошными линиями – полиномы четвертого порядка)

Полагая в (6), (7) $T(R_2, t) = T_k$ (где T_k – температура кристаллизации силумина) и используя (3)–(5), для определения t_f получим алгебраические уравнения степеней соответственно 2, 3, 4. В частности, для полинома 2-й степени на основе приближений (6) получим простую формулу [3, 11]

$$t_f = \frac{2(d_0 - T_k)}{\sqrt{d_1^2 - 4d_2(d_0 - T_k) - d_1}}, \quad (8)$$

где d_i – коэффициенты, которые находятся приведением подобных членов при одинаковых степенях t в (6) при $T(R_2, t) = T_k$.

Аналогичная формула может быть получена на основе приближения (7).

На рис. 8 представлены графики аппроксимационных зависимостей температуры от времени t , построенные по формулам (6), (7). Значения температуры для термопар r_1 и r_2 вычислены на основе аппроксимационных зависимо-

стей от времени, полученных на основе полиномов 4-го порядка.

Формулы (1), (2) на основе (3)–(5) использованы для получения приближенных соотношений для закона движения фронта затвердевания $r(t)$ в отливке и расчета времени ее затвердевания t_f .

Полагая в (1), (2) $T(r(t), t) = T_k$, в результате несложных выкладок получим приближенные формулы для закона движения фронта затвердевания [3, 12] (приближенные решения задачи стефановского типа [13]):

$$r(t) \approx \frac{T_k - T_1(t)}{T_2(t) - T_1(t)} r_2 + \frac{T_k - T_2(t)}{T_1(t) - T_2(t)} r_1; \quad (9)$$

$$r(t) \approx r_1 \frac{T_k - T_2(t)}{T_1(t) - T_2(t)} \cdot r_2 \frac{T_k - T_1(t)}{T_2(t) - T_1(t)}; \quad t_0 \leq t \leq t_f. \quad (10)$$

На рис. 9 представлены графики, построенные на основе формул (9), (10) с использованием полиномов 4-го порядка для $T_1(t)$ и $T_2(t)$.



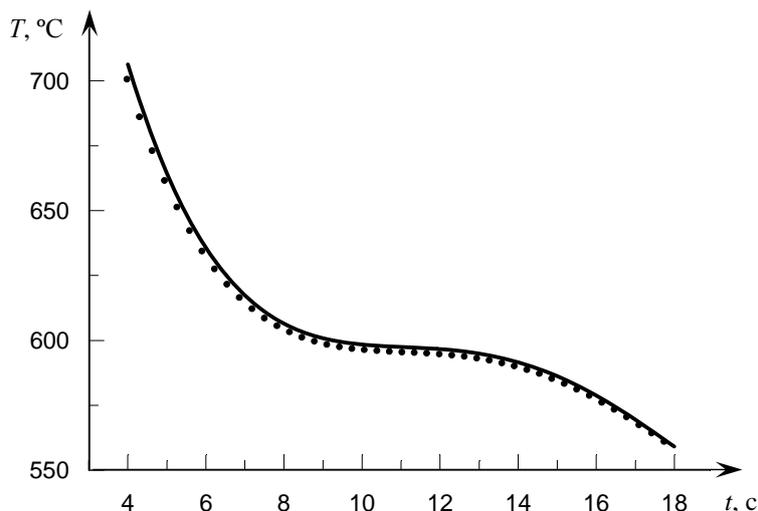


Рис. 8. Графики зависимостей $T(R_2, t)$ (сплошная линия – зависимость на основе формулы (6), точками обозначена зависимость на основе формулы (7))

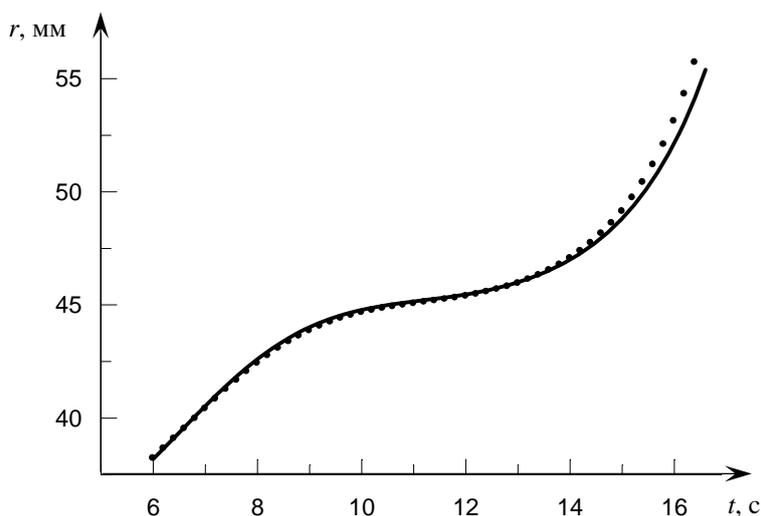


Рис. 9. Графики зависимостей $r(t)$ (сплошная линия – зависимость на основе формулы (9), точками обозначена зависимость на основе формулы (10))

В результате расчетов на основе (8)–(10) установлено, что при температуре кристаллизации $T_k = (578 \pm 2)^\circ\text{C}$ фронт кристаллизации в отливке достигает ее границы $R_2 = 52,5$ мм при $t_f \approx 16$ с. Согласно эксперименту, $t_f \approx 18$ с.

Таким образом, формулы (1)–(5) вполне приемлемы для приближенного описания температурного поля в отливке, закона движения фронта затвердевания и расчета времени ее затвердевания.

Замечание. Погрешность экспериментальной технологической установки определяется:

- 1) погрешностью показаний термомпар (3 % – паспортные данные);
- 2) суммарной погрешностью, определяемой неточностью размещения термомпар, неточностью размеров графитовой втулки, гильзы и отливки заданных толщин (не более 7 %);
- 3) неточностью соблюдения времени заливки (не более 7 %).



Аппроксимация температурных полей является удачной, поскольку отклонение экспериментального времени затвердевания отливки от расчетного составляет около 15 %. Это допустимо условиями эксплуатации технологических установок для литья металлов и сплавов методом направленного затвердевания. Ввиду трудностей изготовления экспериментальной установки необходимое количество экспериментов для полной статистической обработки результатов не проводилось. Погрешность, приведенная в п. 1, определяется паспортными данными термодатчиков; погрешности, приведенные в пп. 2 и 3, вычисляются раздельно, т. е. не прибегая к созданию всей установки. Поскольку толщина отливки достаточно мала, то погрешностью аппроксимации температурного поля в ней можно пренебречь.

Из анализа результатов эксперимента и расчетных данных видно, что эмпирические формулы для описания закона движения фронта кристаллизации, полученные на основе аппроксимации температурного поля в отливке, могут быть использованы в соответствующих расчетах при литье в производственных установках направленного затвердевания (методом намораживания).

Заключение

На основании результатов выполненных исследований можно сформулировать следующие выводы:

- разработана экспериментальная установка литья полых заготовок из силумина методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня;
- выполнены экспериментальные измерения температурного поля в отливке;
- разработана полуэмпирическая методика численно-аналитического расчета затвердевания отливки из силумина АК12 при литье направленным затвердеванием от водоохлаждаемого стержня;
- получены простые приближенные формулы для закона движения фронта и времени затвердевания отливки.

Перечисленные результаты в целом представляют собой простой полуэмпирический метод расчета параметров затвердевания отливок в устройствах литья методом направленного затвердевания от водоохлаждаемого стержня.

Исследования авторов по данной тематике частично поддержаны Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований, грант № Т13-099.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беленький, А. А.** Математическое моделирование и оптимизация процессов литья и прокатки цветных металлов / А. А. Беленький. – Москва: Металлургия, 1983. – 160 с.
2. **Кац, А. М.** Теплофизические основы непрерывного литья слитков цветных металлов и сплавов / А. М. Кац, Е. Г. Шадек. – Москва: Металлургия, 1983. – 208 с.
3. Разработка численно-аналитического метода расчета скорости затвердевания отливки, полученной методом намораживания на водоохлаждаемом стержне: отчет о НИР (закл.) / ИТМ НАН Беларуси; науч. рук. В. Н. Лаптинский. – Могилев, 2015. – 120 с. – № ГР 20131537.
4. Способ получения полых отливок: пат. ВУ 18286 / В. Ю. Стеценко, Е. И. Марукович. – Оpubл. 30.06.2014.
5. **Марукович, Е. И.** Модифицирование сплавов / Е. И. Марукович, В. Ю. Стеценко. – Минск: Беларуская навука, 2009. – 192 с.
6. **Баранов, К. Н.** Расчет температурного поля в отливке, полученной методом направленного затвердевания / К. Н. Баранов, В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2015. – С. 21–22.
7. **Баранов, К. Н.** К методике расчета температурного поля в отливке, полученной методом направленного затвердевания / К. Н. Баранов, В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2017. – С. 16.



8. **Лаптинский, В. Н.** К методике решения линейных интерполяционных задач / В. Н. Лаптинский // Еругинские чтения – XI: тез. докл. Междунар. мат. конф., Гомель, 24–26 мая 2006 г. – Минск: Ин-т мат. НАН Беларуси, 2006. – С. 161.

9. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В. С. Авдучевский [и др.]. – Москва: Машиностроение, 1975. – 624 с.

10. **Лаптинский, В. Н.** Аналитический расчет времени затвердевания отливки, полученной методом направленного затвердевания / В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2018. – С. 38.

11. **Лаптинский, В. Н.** Формула для расчета времени затвердевания отливки, полученной методом направленного затвердевания / В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – С. 53.

12. **Баранов, К. Н.** К расчету времени затвердевания отливки, полученной методом направленного затвердевания / К. Н. Баранов, В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С. 26.

13. **Карташов, Э. М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел / Э. М. Карташов. – Москва: Высшая школа, 1985. – 480 с.

Статья сдана в редакцию 20 июня 2019 года

Валерий Николаевич Лаптинский, д-р физ.-мат. наук, проф., ИТМ НАН Беларуси. E-mail: lavani@tut.by.

Алексей Андреевич Романенко, канд. физ.-мат. наук, доц., Белорусско-Российский университет. E-mail: romanenko1956@gmail.com.

Владимир Юзэфович Стеценко, канд. техн. наук, ИТМ НАН Беларуси. E-mail: lms@itm.by.

Константин Николаевич Баранов, науч. сотр., ИТМ НАН Беларуси. E-mail: lms@itm.by.

Valery Nikolaevich Laptinskii, DSc (Phys.-Mat.), Prof., Institute of Metal Technology of the National Academy of Sciences of Belarus. E-mail: lavani@tut.by.

Alexey Andreyevich Romanenko, PhD. (Phys.-Mat.), Associate Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: romanenko1956@gmail.com.

Vladimir Yuzefovich Stetsenko, PhD (Engineering), Institute of Metal Technology of the National Academy of Sciences of Belarus. E-mail: lms@itm.by.

Konstantin Nikolayevich Baranov, research fellow, Institute of Metal Technology, National Academy of Sciences of Belarus. E-mail: lms@itm.by.