

УДК 629.113

*В. П. Тарасик, О. В. Пузанова*

## МЕТОДИКА ОЦЕНКИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМОБИЛЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ НА ВИРАЖЕ

UDC 629.113

*V. P. Tarasik, O. V. Puzanova*

## METHODOLOGY FOR EVALUATING VEHICLE CONTROLLABILITY AND STABILITY WHEN MOVING AROUND THE CURVE

### Аннотация

Предложена математическая модель и разработана на её основе методика компьютерной имитации движения автомобиля на вираже. На примере грузового автомобиля категории  $N_3$  проведено исследование управляемости и устойчивости и приведены полученные графики, иллюстрирующие изменение характеристик управляемого движения. Определены критические режимы движения, обуславливающие отрыв колёс от поверхности дороги и боковое скольжение. При заданной кривизне траектории определена предельная скорость управляемого движения.

### Ключевые слова:

автомобиль, колесо, поперечная и продольная реакции дороги, сила инерции, инерционный момент, траектория движения автомобиля, углы увода колёс, угол крена подрессоренной массы, боковое скольжение, занос автомобиля.

### Abstract

A mathematical model is proposed and a technique developed based on it performs the computer simulation of a car's travel around a curve. Based on a truck of  $N_3$  category, a study of controllability and stability has been carried out and the obtained graphs illustrating the change in the characteristics of controlled motion are given. Critical driving modes have been determined that cause cornering breakaway when the wheels separate from the road surface, as well as sideway skidding. The speed limit of the controlled motion has been determined for a given curvature of the trajectory.

### Keywords:

vehicle, wheel, transverse and longitudinal reactions of the road, force of inertia, moment of inertia, vehicle motion trajectory, wheel slip angle, roll angle of the sprung mass, sideway skidding, car skidding.

При движении автомобиля по криволинейному участку дороги на него, кроме силы тяжести и реакций внешней среды, действуют центробежная сила инерции и инерционный момент, оказывающие существенное влияние на перераспределение нормальных реакций на колёса, что приводит к возникновению поперечных реакций и боковому уводу колёс. При определённых сочетаниях радиуса кривизны траектории движения, скорости автомобиля и со-

стояния поверхности дороги могут возникать боковые скольжения и отрывы колёс от опорной поверхности. Вследствие этого существует опасность потери управляемости и устойчивости движения автомобиля.

На автомобильных дорогах высшей категории для обеспечения высокой скорости движения криволинейные участки дороги – виражи выполняют с большими значениями радиусов и соответствующими поперечными укло-



нами дороги. Радиусы виражей на таких дорогах находятся в пределах 1000...2000 м, но не менее 500 м. На дорогах же IV–V категорий они могут снижаться до 40...60 м [1].

При проектировании автомобиля необходим обоснованный выбор параметров механизмов и систем, оказывающих непосредственное влияние на управляемость и устойчивость криволинейного движения. К таким системам относятся прежде всего подвеска автомобиля и рулевое управление. Существенное влияние также оказывают параметры компоновки – координаты центра масс, колеи передних и задних мостов, рессорные базы, соотношения поддресоренной и недресоренной масс и др.

Для исследования управляемости и устойчивости автомобиля необходим обоснованный выбор динамической модели, позволяющей определить нормальные и поперечные реакции всех колёс, углы увода колёс, выявить режимы движения, при которых возможно боковое опрокидывание или занос мостов, определить предельную скорость управляемого движения на вираже.

### Цель исследования

Обоснование и выбор динамической модели автомобиля, построение математической модели и определение параметров управляемого и устойчивого движения при заданных параметрах криволинейной траектории.

### Методика исследования

Рассмотрим решение поставленной задачи на примере двухосного грузового автомобиля. Для учёта влияния отмеченного множества компонентов автомобиля и их параметров на процесс движения и управления необходима динамическая модель с соответствующим числом степеней свободы, которая позволила бы адекватно оценить результат взаимодействия автомобиля с внешней средой.

С этой целью автомобиль необходимо представить в виде многомерной динамической системы, состоящей из трёх взаимодействующих подсистем: поддресоренной массы и двух недресоренных масс – переднего и заднего мостов. Взаимодействие их осуществляется посредством упругих и диссипативных элементов подвески.

На рис. 1, а–в приведена динамическая модель, позволяющая решить поставленную задачу [2].

Под действием силы инерции  $\vec{F}_{jп}$ , приложенной в центре  $C$  поддресоренной массы, изменяется нагрузка на упругие элементы левой и правой подвесок и происходит наклон поддресоренной массы относительно недресоренных масс на угол крена  $\lambda_{кр}$  относительно некоторой оси, называемой осью крена. В поперечной плоскости поддресоренной массы ось крена проходит через точку  $N$ , а в плоскостях недресоренных масс – через точки  $N_1$  и  $N_2$  соответственно (см. рис. 1, б, в). Длина перпендикуляра  $h_\lambda$ , опущенного из центра поддресоренной массы  $C$  на ось крена, называется плечом крена.

В результате поддресоренная масса  $m_{п}$  находится в динамическом равновесии под действием следующей системы сил и моментов: силы тяжести поддресоренной массы  $m_{п}\vec{g}$ ; силы инерции  $\vec{F}_{jп} = -m_{п}\vec{a}_y$ ; инерционного момента  $\vec{M}_{j\lambda} = -J_{п\lambda}\ddot{\lambda}_{кр}$ ; суммарных вертикальной  $\vec{F}_{Hz}$  и боковой  $\vec{F}_{Hy}$  реакций недресоренных масс  $m_{н1}$ ,  $m_{н2}$  и суммарного реактивного момента упругих элементов подвески  $\vec{M}_p$ . Значение реактивного момента определяется из выражения

$$M_p = M_{p1} + M_{p2} = (c_{\lambda 1} + c_{\lambda 2})\lambda_{кр}, \quad (1)$$

где  $c_{\lambda 1}, c_{\lambda 2}$  – коэффициенты угловой

жёсткости передней и задней подвесок, определяемые по формуле

$$c_{\lambda i} = 0,5c_{pi}\eta_p B_{pi}^2; \quad (2)$$

$c_{pi}$  – коэффициент жёсткости упругого элемента подвески  $i$ -го моста при вер-

тикальной деформации;  $B_{pi}$  – расстояние между упругими элементами (ресорная база);  $\eta_p$  – коэффициент, учитывающий увеличение жёсткости упругого элемента при его скручивании в поперечной плоскости автомобиля,  $\eta_p = 1,05 \dots 1,25$ .

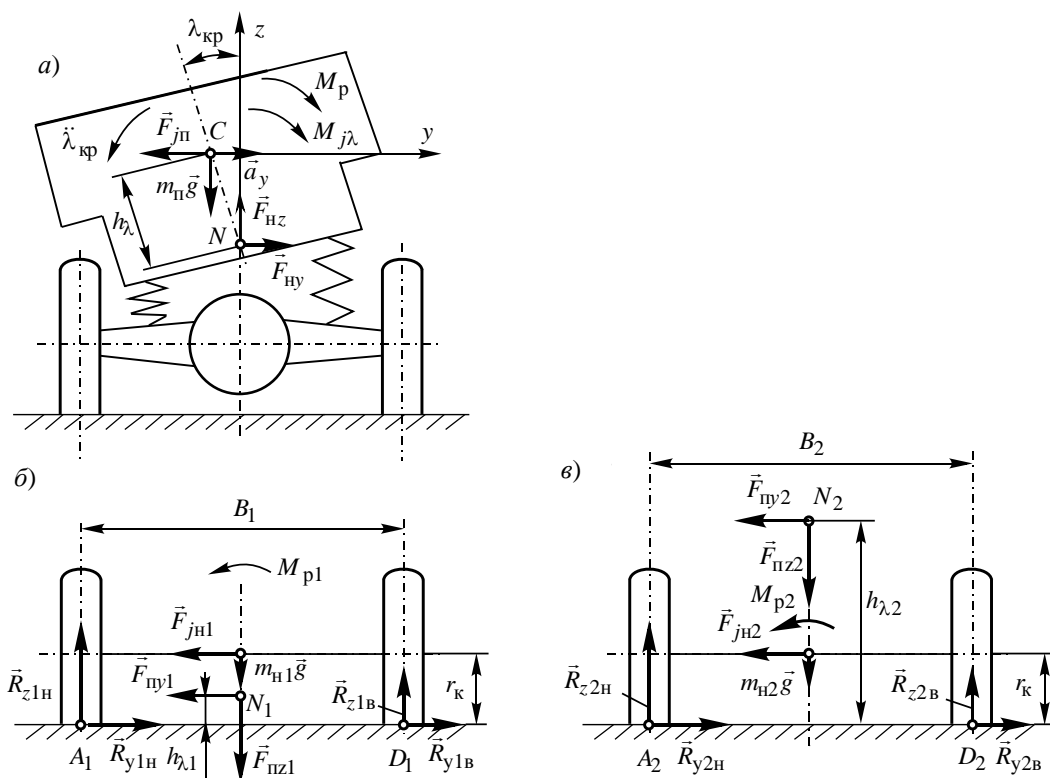


Рис. 1. Динамическая модель для исследования управляемости и устойчивости криволинейного движения автомобиля

На неподдресоренную массу переднего моста действуют: сила её тяжести  $m_{n1}\vec{g}$  и сила инерции  $\vec{F}_{jn1} = -m_{n1}\vec{a}_y$ ; реакции поддресоренной массы  $\vec{F}_{ny1}$  и  $\vec{F}_{nz1}$ ; нормальные  $\vec{R}_{z1n}$ ,  $\vec{R}_{z1b}$  и поперечные  $\vec{R}_{y1n}$ ,  $\vec{R}_{y1b}$  реакции; реактивный момент упругих элементов подвески моста  $\vec{M}_{p1}$ .

Аналогичная система сил действует на неподдресоренную массу заднего моста (см. рис. 1, в).

На рис. 2, а представлена схема кинематических параметров движения автомобиля в плоскости дороги на повороте.

Выберем две системы координат – подвижную  $xyz$ , связанную с автомобилем, и неподвижную  $XOY$  на опорной поверхности дороги. Начало подвижной системы координат расположено в центре масс автомобиля  $C$ , ось  $x$  направлена вдоль продольной оси автомобиля  $AB$ , ось  $y$  – в боковом направлении в сторону мгновенного



центра поворота  $O^*$ , а ось  $z$  перпендикулярна к плоскости  $xCy$  (см. рис. 2, а).

Углы поворота обоих управляемых колёс  $\theta$  приняты одинаковыми, так как их значения при выполнении исследуемого манёвра сравнительно невелики (в пределах 4...8 град). Углы увода передних и задних колёс обозначены соответственно  $\delta_{yв1}$  и  $\delta_{yв2}$ . Скорость центра масс  $\vec{v}_c$ , а её проекции на оси  $x$  и  $y$  – соответственно  $\vec{v}_x$  и  $\vec{v}_y$ . Ускоре-

ние центра масс  $\vec{a}_c$ , угловая скорость вращения корпуса автомобиля относительно вертикальной оси  $\vec{\omega}_z$ , а угловое ускорение  $\vec{\varepsilon}_z$ . Курсовой угол  $\gamma$  характеризует изменение положения продольной оси автомобиля  $Cx$  относительно неподвижной оси  $OX$ . Взаимосвязи между векторами ускорений  $\vec{a}_x, \vec{a}_y$  в подвижной системе координат и в неподвижной  $\vec{a}_X, \vec{a}_Y$  отображены на рис. 2, б.

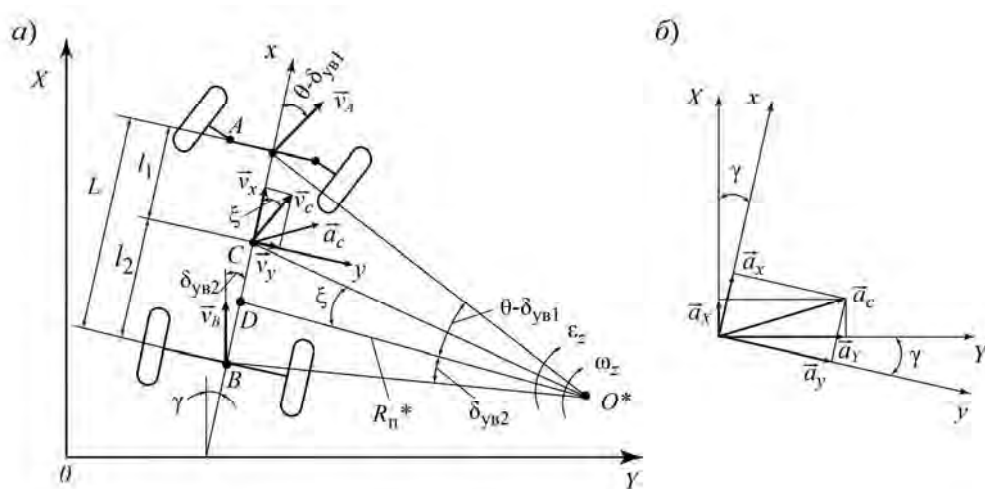


Рис. 2. Схема к определению скоростей и ускорений при криволинейном движении автомобиля

На основе учёта системы сил, действующих на выделенные компоненты динамической модели, составлена сле-

дующая система дифференциальных уравнений движения автомобиля на вираже [3]:

$$\left. \begin{aligned}
 dv_x/dt &= (R_{x1} \cos \theta - R_{x2} - R_{y1} \sin \theta - F_h - F_w) / (\delta_{п.м} m_a) + v_y \omega_z; \\
 dv_y/dt &= (-R_{x1} \sin \theta + R_{y1} \cos \theta + R_{y2}) / m_a - v_x \omega_z; \\
 d\omega_z/dt &= (-R_{x1} l_1 \sin \theta + R_{y1} l_1 \cos \theta - R_{y2} l_2) / J_z; \\
 dX/dt &= v_x \cos \gamma - v_y \sin \gamma; \\
 dY/dt &= v_x \sin \gamma + v_y \cos \gamma; \\
 d\gamma/dt &= \omega_z; \\
 d\theta/dt &= \omega_\theta; \\
 d\omega_{кр}/dt &= [m_\Pi (R_\Pi^* + h_\lambda \lambda_{кр}) \omega_z^2 h_\lambda + m_\Pi g h_\lambda \lambda_{кр} - c_\lambda \lambda_{кр} - \mu_a \omega_{кр}] / J_{\Pi \lambda}; \\
 d\lambda_{кр}/dt &= \omega_{кр},
 \end{aligned} \right\} (3)$$



где  $m_a$  – масса автомобиля;  $\delta_{п.м}$  – коэффициент приведенной массы, учитывающий кинетическую энергию относительного движения вращающихся масс автомобиля;  $J_z$  – момент инерции автомобиля относительно вертикальной оси  $z$ ;  $\omega_\theta$ ,  $\theta$  – угловая скорость и угол поворота колёс;  $R_{п}^*$  – радиус поворота автомобиля;  $c_\lambda$  – суммарный коэффициент угловой жёсткости подвески:  $c_\lambda = c_{\lambda 1} + c_{\lambda 2}$ ;  $\mu_a$  – суммарный коэффициент демпфирования амортизаторов подвески:  $\mu_a = \mu_{a1} + \mu_{a2}$ ;  $\omega_{кр}$ ,  $\lambda_{кр}$  – угловая скорость и угол крена поддрессоренной массы;  $J_{п\lambda}$  – момент инерции поддрессоренной массы относительно оси крена:

$$J_{п\lambda} = J_x + m_{п} h_\lambda^2; \quad (4)$$

$J_x$  – момент инерции поддрессоренной массы автомобиля относительно продольной оси  $x$ .

При моделировании предполагалось движение автомобиля на вираже с постоянной скоростью  $v_x$ , поэтому первое уравнение системы (3) не использовалось. Значениями продольных реакций  $R_{x1}$  и  $R_{x2}$  пренебрегаем (при постоянной скорости криволинейного движения они существенно меньше нормальных и поперечных реакций).

Поперечные реакции  $R_{y1}$  и  $R_{y2}$  определялись из выражений [2]

$$R_{y1} = k_{yв1} \delta_{yв1}; \quad (5)$$

$$R_{y2} = k_{yв2} \delta_{yв2}, \quad (6)$$

где  $k_{yв1}$ ,  $k_{yв2}$  – коэффициенты сопротивления уводу колёс соответственно переднего и заднего мостов автомобиля.

Углы увода колёс  $\delta_{yв1}$ ,  $\delta_{yв2}$  вычислялись по формулам [2]

$$\delta_{yв1} = \theta - (l_1 \omega_z + v_y) / v_x; \quad (7)$$

$$\delta_{yв2} = (l_2 \omega_z - v_y) / v_x. \quad (8)$$

Радиус поворота автомобиля на вираже

$$R_{п}^* = L / [\operatorname{tg}(\theta - \delta_{yв1}) + \operatorname{tg} \delta_{yв2}]. \quad (9)$$

При моделировании скорость движения на вираже варьировалась в пределах  $v_x = 30 \dots 60$  км/ч. Перед въездом на вираж задавалась начальная скорость поворота управляемых колёс  $\omega_\theta^*$  в зависимости от скорости движения автомобиля. Радиус осевой линии виража принят  $R_{о.л} = 50$  м, ширина опорной поверхности дороги 4 м. При отклонении радиуса поворота автомобиля  $R_{п}^*$  от радиуса  $R_{о.л}$  более чем на  $\pm 0,5$  м осуществлялось корректирование траектории движения  $R_{тр}$  путём дискретного изменения скорости поворота управляемых колёс  $\Delta \omega_\theta$ .

Значения  $\omega_\theta^*$  вычислялись по формуле

$$\omega_\theta^* = \frac{\arcsin(L_{н.у} / R_{о.л})}{L_{н.у}} v_x, \quad (10)$$

где  $L_{н.у}$  – длина начального участка въезда, на котором происходит переход от прямолинейного движения к круговому (измеряется вдоль оси  $X$ ).

Алгоритм вычисления значений  $\Delta \omega_\theta$  соответствовал выражению



$$\Delta\omega_{\theta} = \begin{cases} \omega_{\theta}^*/k_{\omega} & \text{при } R_{\text{тр}} > (R_{0,\text{л}} + 0,5); \\ -\omega_{\theta}^*/k_{\omega} & \text{при } R_{\text{тр}} < (R_{0,\text{л}} - 0,5); \\ 0 & \text{при } (R_{0,\text{л}} - 0,5) < R_{\text{тр}} < (R_{0,\text{л}} + 0,5), \end{cases} \quad (11)$$

где  $k_{\omega}$  – коэффициент, устанавливающий соотношение между  $\Delta\omega_{\theta}$  и  $\omega_{\theta}^*$ , определяющее интенсивность сигналов управления поворотом колёс (параметр управляющего воздействия).

### Результаты исследования

В качестве объекта моделирования принят автомобиль МАЗ-5337 (категория  $N_3$ ). Информация о параметрах этого автомобиля использована из [4]: полная масса  $m_a = 15000$  кг; поддресоренная масса  $m_{\text{п}} = 14070$  кг; неподдресоренные массы  $m_{\text{н1}} = 250$  кг,  $m_{\text{н2}} = 680$  кг; моменты инерции  $J_x = 13550$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_y = J_z = 95000$  кг·м<sup>2</sup>; база автомобиля  $L = 4,75$  м; координаты центра масс  $l_1 = 2,97$  м,  $l_2 = 1,78$  м,  $h_c = 1,4$  м; плечо крена  $h_{\text{кр}} = 0,7$  м; колеи  $B_{\text{к1}} = 2,05$  м,  $B_{\text{к2}} = 1,8$  м; рессорные базы  $B_{\text{р1}} = 1,8$  м,  $B_{\text{р2}} = 1,7$  м; коэффициенты жёсткостей подвесок  $c_{\text{р1}} = 150$  кН/м,  $c_{\text{р2}} = 350$  кН/м; коэффициенты сопротивления уводу мостов  $k_{\text{ув1}} = 150$  кН/рад,  $k_{\text{ув2}} = 260$  кН/рад; коэффициенты сопротивления амортизаторов  $\mu_{\text{а1}} = 110$  кН·с/м,  $\mu_{\text{а2}} = 240$  кН·с/м; статический радиус колёс  $r_{\text{ст}} = 0,505$  м; коэффициент сцепления  $\varphi_x = 0,75$ .

При проведении исследований управляемости и устойчивости необходимо прежде всего определить условия возникновения бокового опрокидывания и скольжения колёс.

Опрокидывание произойдёт при

отрыве внутренних по отношению к центру поворота колёс от дороги, т. е. при  $R_{z\text{ив}} \leq 0$ . Нормальная реакция переднего внутреннего колеса  $R_{z1\text{в}}$  (см. рис. 1, б) вычисляется по формуле

$$R_{z1\text{в}} = 0,5m_{\text{а1}}g - (m_{\text{п1}}h_{\lambda1}a_{\text{уп}} + m_{\text{н1}}r_{\text{к}}a_{\text{ун}} + c_{\lambda1}\lambda_{\text{кр}})/B_{\text{к1}}, \quad (12)$$

где  $m_{\text{п1}}$  – часть поддресоренной массы, нагружающей передний мост;  $a_{\text{уп}}$ ,  $a_{\text{ун}}$  – боковые ускорения соответственно поддресоренной и неподдресоренной масс:

$$a_{\text{уп}} = (R_{\text{п}}^* + h_{\lambda}\lambda_{\text{кр}})\omega_z^2; \quad a_{\text{ун}} = R_{\text{п}}^*\omega_z^2. \quad (13)$$

Выражение для вычисления  $R_{z2\text{в}}$  (см. рис. 1, в) аналогично.

При вычислении нормальных реакций наружных по отношению к центру поворота колёс  $R_{z1\text{н}}$ ,  $R_{z2\text{н}}$  в формуле (12) знак «минус» заменяется на «плюс».

На рис. 3, а представлен график зависимости бокового ускорения поддресоренной массы  $a_{\text{уп}}$  от скорости автомобиля  $v_x$ , а на рис. 3, б – графики зависимостей нормальных реакций внутренних по отношению к центру поворота передних  $R_{z1\text{в}}$  и задних  $R_{z2\text{в}}$  колёс. Очевидно, что в исследуемом диапазоне скоростей  $v_x$  отрыва колёс от поверхности дороги не происходит.

На рис. 3, в показаны графики зависимостей суммарных поперечных реакций передних  $R_{y1}$  и задних  $R_{y2}$  колёс от скорости, а также их предельные значения  $R_{y1\phi1}$ ,  $R_{y2\phi1}$ ,  $R_{y1\phi2}$ ,  $R_{y2\phi2}$  при



двух величинах коэффициента сцепления  $\varphi_1 = 0,5$  и  $\varphi_2 = 0,75$ . Боковое скольжение, согласно этим графикам,

возможно лишь при  $\varphi_1 = 0,5$  и скорости автомобиля  $v_x \geq 56,3$  км/ч (точки А и В).

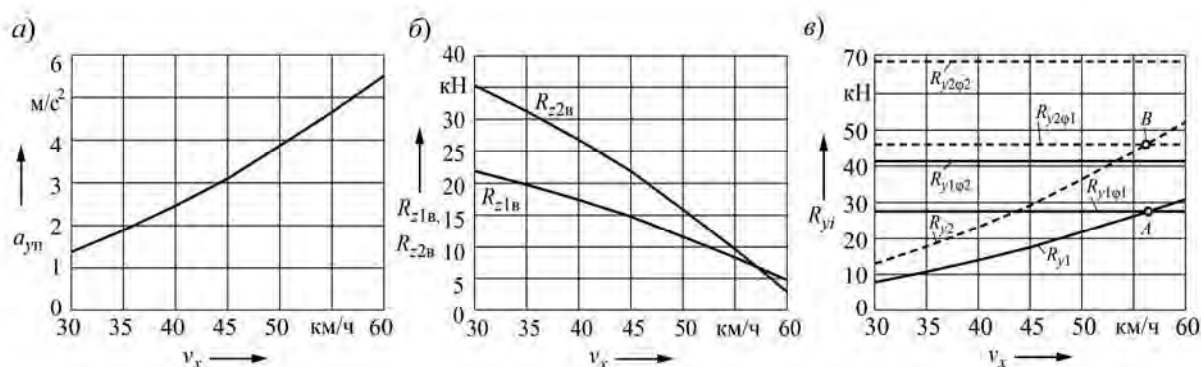


Рис. 3. Зависимости бокового ускорения поддресоренной массы (а), нормальных реакций колёс (б) и поперечных реакций (в) от скорости движения автомобиля по криволинейной траектории радиусом  $R = 50$  м

Графики углов крена поддресоренной массы  $\lambda_{кр}$  и скоростей изменения углов крена  $\omega_{кр}$  показаны на рис. 4, а-в. Значение  $\lambda_{кр}$  при боковом ускорении  $a_{уп} = 4$  м/с<sup>2</sup> не должно

превышать 6...7 град [2]. Как видно из рис. 4, в, при  $v = 50$  км/ч  $\lambda_{кр} = 3$  град, а боковое ускорение при этом составляет  $a_{уп} = 3,86$  м/с<sup>2</sup>.

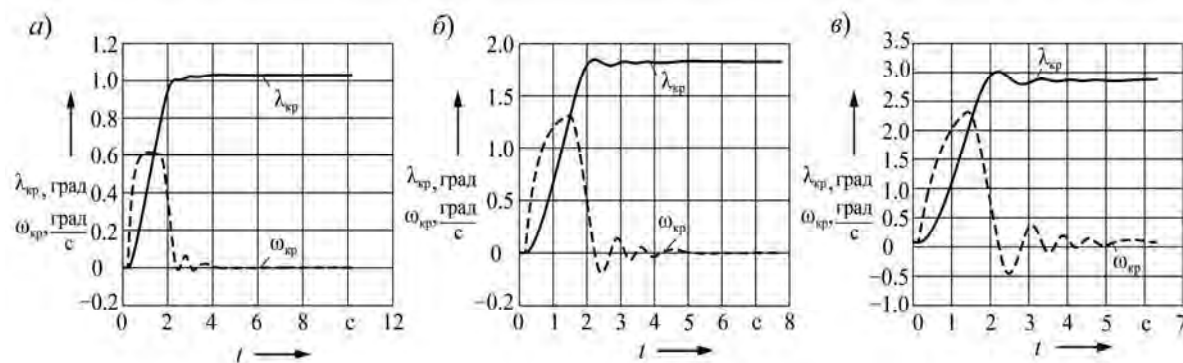


Рис. 4. Углы крена  $\lambda_{кр}$  и скорости крена  $\omega_{кр}$  при скоростях движения автомобиля по криволинейной траектории 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)

На рис. 5, а-в представлены графики траектории движения автомобиля  $R_{тр}$  при скоростях соответственно 30, 40 и 50 км/ч.

Сравнение полученных результатов показывает, что с увеличением скорости возрастает величина отклонения радиуса траектории  $R_{тр}$  движения ав-

томобиля от осевой линии виража  $R_{о.л}$ . При скорости  $v_x = 50$  км/ч траектория движения выходит за пределы проезжей части дороги, ограничиваемой радиусами  $R_H$  и  $R_B$ .

На рис. 6, а-в показаны графики изменения во времени дискретных корректирующих сигналов скорости пово-



рота управляемых колёс  $\Delta\omega_\theta$  и отображено начальное значение скорости поворота при въезде на вираж  $\omega_\theta^*$ ,

а на рис. 7, а-в – графики изменения углов поворота колёс  $\theta$ .

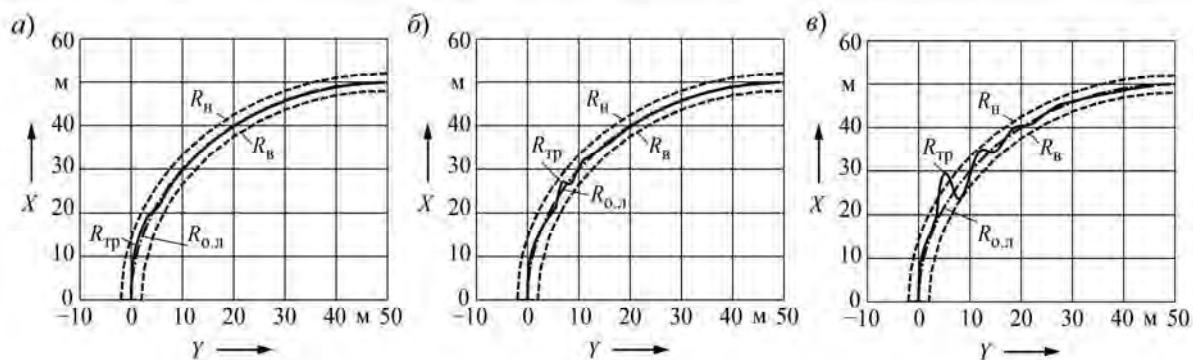


Рис. 5. Графики траектории движения автомобиля  $R_{тр}$  при скоростях 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)

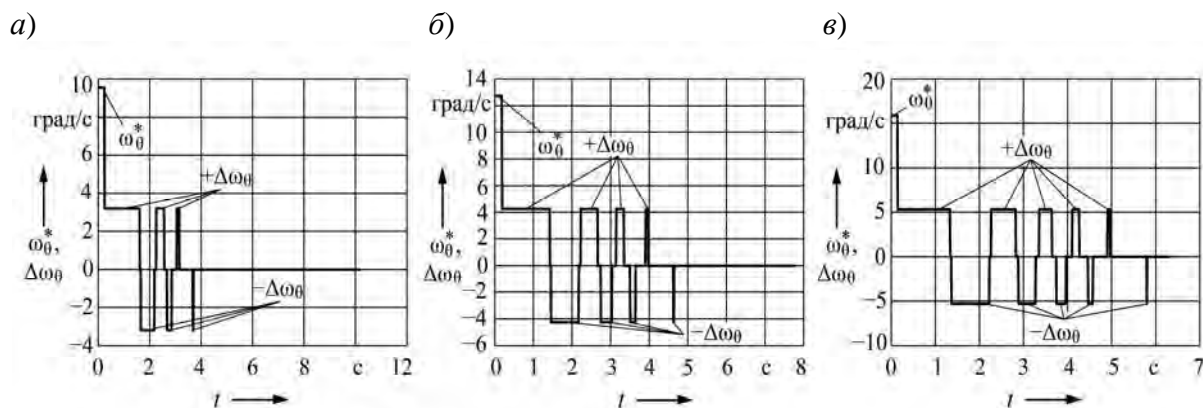


Рис. 6. Графики дискретных корректирующих сигналов скорости поворота управляемых колёс  $\Delta\omega_\theta$  и начального значения скорости  $\omega_\theta^*$  при скоростях движения автомобиля 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)

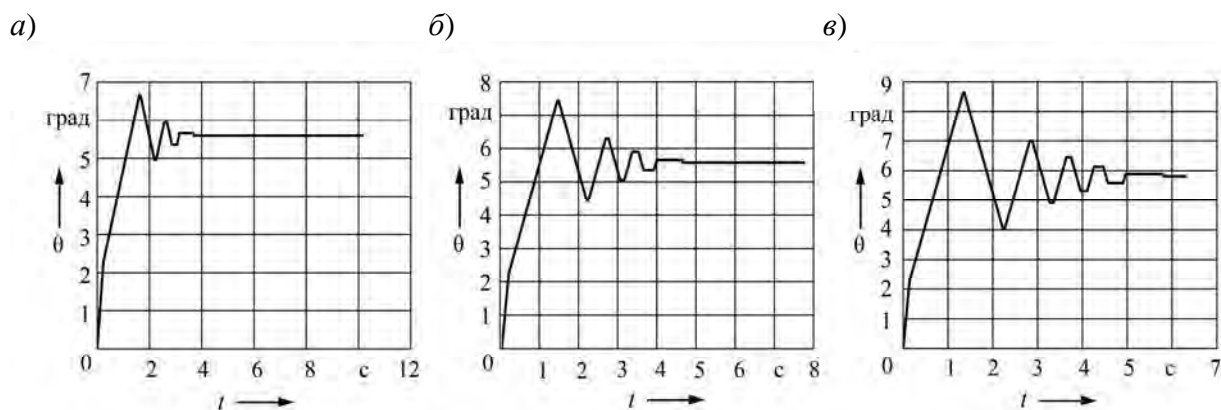


Рис. 7. Изменения угла поворота управляемых колёс  $\theta$  при скоростях движения автомобиля 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)



С увеличением скорости автомобиля количество управляющих воздействий возрастает, скорости поворота колёс  $\Delta\omega_\theta$  и амплитуды углов их поворота  $\theta$  увеличиваются. При скорости  $v_x = 50$  км/ч управляющие воздействия на колёса  $\Delta\omega_\theta$  и  $\theta$  не успевают обеспечить ликвидацию отклонения

радиуса траектории  $R_{\text{тр}}$  от осевой линии виража  $R_{\text{о.л}}$ .

На рис. 8, а–в представлены графики изменения поперечных реакций  $R_{y1}$  и  $R_{y2}$  во время проезда виража, а на рис. 9, а–в – углов увода мостов автомобиля  $\delta_{\text{ув}1}$  и  $\delta_{\text{ув}2}$ .

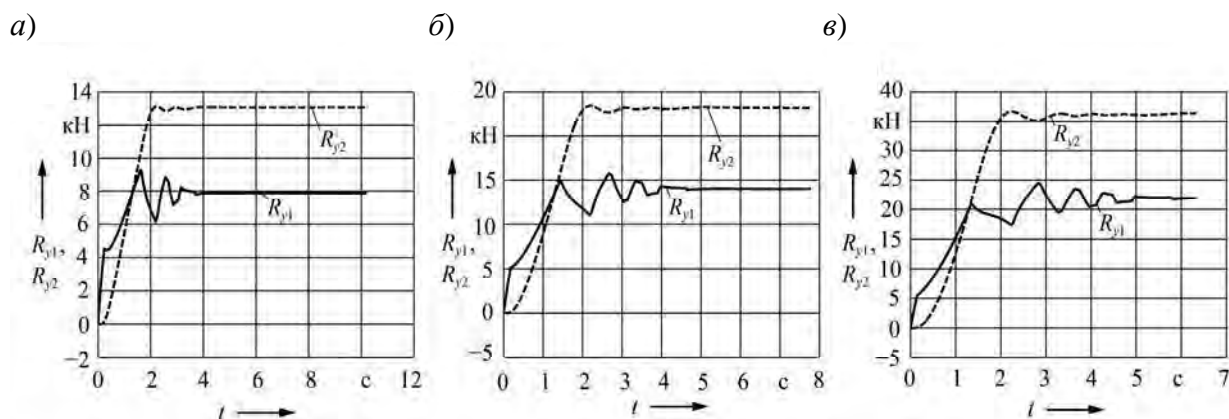


Рис. 8. Изменения поперечных реакций  $R_{y1}$  и  $R_{y2}$  при скоростях движения автомобиля 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)

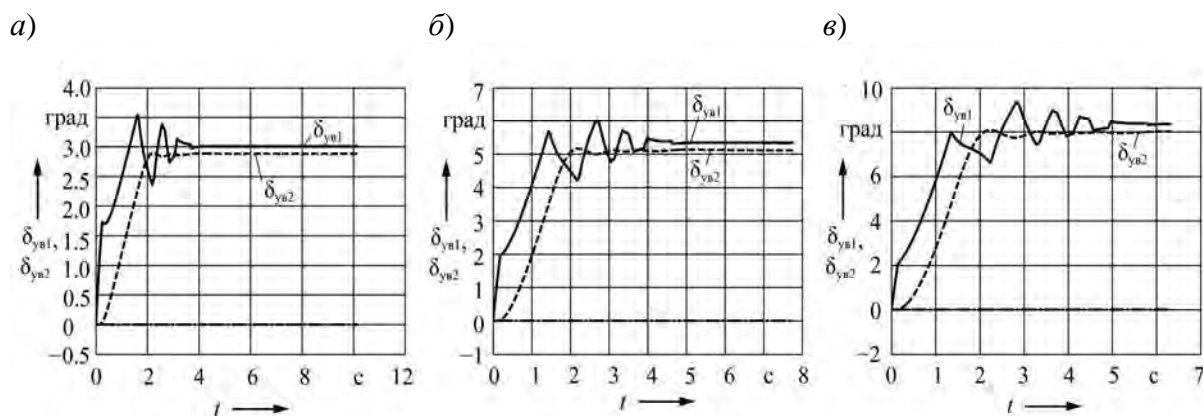


Рис. 9. Изменения углов увода мостов  $\delta_{\text{ув}1}$  и  $\delta_{\text{ув}2}$  при скоростях движения автомобиля 30 (а), 40 (б) и 50 км/ч (в)

У исследуемого автомобиля  $\delta_{\text{ув}2} < \delta_{\text{ув}1}$ , что обусловлено конструктивными параметрами данного автомобиля. Как следует из представленных рисунков, амплитуды колебаний  $R_{y1}$ ,  $R_{y2}$ ,  $\delta_{\text{ув}1}$ ,  $\delta_{\text{ув}2}$  с увеличением скорости

движения существенно возрастают, что не способствует достижению устойчивости процесса управления.

Рассмотрим возможные причины ухудшения управляемости с увеличением скорости. Они могут быть обусловлены физическими свойствами динами-



ческой системы автомобиля. Свойство автомобиля изменять кривизну траектории движения при изменении скорости называется статической поворачиваемостью. Количественная оценка этого свойства – коэффициент статической поворачиваемости  $\eta_{пов}$ , определяемый из соотношения

$$\eta_{пов} = k_{ув1} l_1 / (k_{ув2} l_2). \quad (14)$$

При  $\eta_{пов} < 1$  с увеличением скорости радиус поворота  $R_{п}^*$  возрастает, боковое ускорение снижается, устойчивость управляемого движения повышается. Однако при этом снижается чувствительность автомобиля к управляющему воздействию на поворот колёс. Такой автомобиль обладает недостаточной поворачиваемостью. Характерной его особенностью является соотношение  $\delta_{ув2} < \delta_{ув1}$  между углами увода колёс, что снижает вероятность заноса заднего моста.

Если  $\eta_{пов} > 1$ , получаем автомобиль с избыточной поворачиваемостью, у которого увеличение скорости приводит к снижению  $R_{п}^*$  и возрастанию бокового ускорения  $a_y$ , силы инерции  $F_{jy}$  и угла увода  $\delta_{ув2}$ . В результате

возникает опасность заноса автомобиля.

У исследуемого автомобиля  $\eta_{пов} < 1$ . Следовательно, он обладает недостаточной поворачиваемостью и пониженной чувствительностью к управлению поворотом.

Рассмотрим возможности улучшения управляемости путем подбора параметра  $k_{\omega}$  управляющих воздействий  $\Delta\omega_{\theta}$ . Исследования проведём применительно к скорости  $v_x = 50$  км/ч.

График на рис. 5, в получен при использовании параметра  $k_{\omega} = 3$ . Величина управляющего воздействия составляла  $\Delta\omega_{\theta} = 5,36$  град/с (см. рис. 6, в). Линия траектории  $R_{тр}$  вышла далеко за пределы ширины проезжей части виража.

При  $k_{\omega} = 5$  отклонение  $R_{тр}$  от осевой линии  $R_{о.л}$  заметно уменьшилось (рис. 10, а). Амплитуда управляющего сигнала при этом составляла  $\Delta\omega_{\theta} = 3,2$  град/с. Эффективность дальнейшего уменьшения сигнала  $\Delta\omega_{\theta}$  постепенно снижается. На рис. 10, б приведен результат при  $k_{\omega} = 7$  и  $\Delta\omega_{\theta} = 2,24$  град/с.

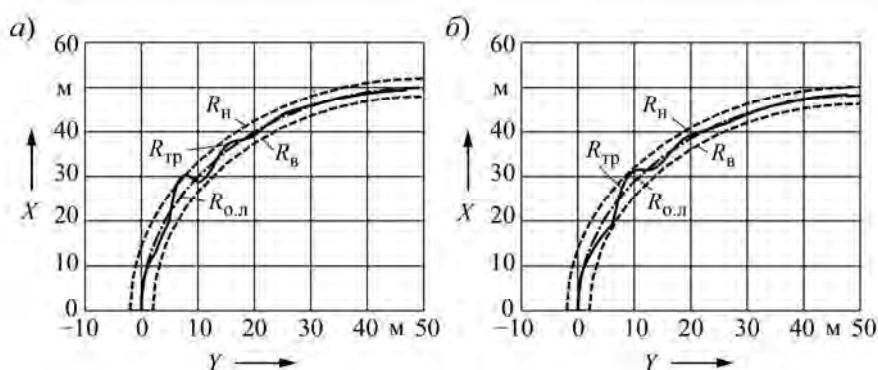


Рис. 10. Отклонение радиуса траектории движения автомобиля  $R_{тр}$  от осевой линии виража  $R_{о.л}$  при  $k_{\omega} = 5$  (а) и при  $k_{\omega} = 7$  (б)



Такое поведение динамической системы управления обусловлено её высокой инерционностью. Её влияние особенно проявляется в начальной стадии перехода от прямолинейной траектории к круговой. С увеличением скорости автомобиля возрастают скорости инерционных элементов и накапливаемая ими кинетическая энергия, что приводит к увеличению времени переходных процессов и амплитуд колебаний всех оцениваемых фазовых координат. Это хорошо видно из графиков на рис. 7–9. В результате при превышении скорости движения некоторого предельного значения урегулировать должным образом отклонение от заданной траектории не представляется возможным.

Таким образом, для тяжёлого грузового автомобиля ограничением скорости манёвра при высоких значениях коэффициента сцепления является не опасность отрыва колёс от дороги или бокового скольжения, а инерционность его компонентов.

### Заключение

1. Разработана математическая модель процесса движения автомобиля на вираже, предназначенная для определения параметров управляемого и устойчивого движения при заданных параметрах криволинейной траектории.

2. В предложенной модели предусмотрено формирование дискретных управляющих воздействий на поворотные колёса для обеспечения допустимого отклонения радиуса траектории от осевой линии виража, определение нормальных и поперечных реакций, углов увода колёс, угла крена подрессоренной массы.

3. Приведены результаты моделирования движения грузового автомобиля категории  $N_3$  на вираже и дана оценка возможных причин потери управляемости и устойчивости в заданных дорожных условиях.

4. Модель предназначена для использования на начальной стадии проектирования автомобиля при определении параметров, обеспечивающих выполнение технических требований на показатели управляемости и устойчивости.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шведовский, П. В. Изыскания и проектирование автомобильных дорог: в 2 ч. Ч. 1. План, земляное полотно: учебное пособие / П. В. Шведовский, В. В. Лукша, Н. В. Чумичева. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2016. – 445 с.
2. Тарасик, В. П. Теория движения автомобиля: учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.
3. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем: учебник / В. П. Тарасик. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2017. – 592 с.
4. Молибошко, Л. А. Компьютерные модели автомобилей: учебник / Л. А. Молибошко. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2012. – 295 с.

*Статья сдана в редакцию 20 мая 2019 года*

**Владимир Петрович Тарасик**, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет.  
E-mail: avtobru@gmail.com.

**Ольга Владимировна Пузанова**, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.

**Vladimir Petrovich Tarasik**, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University.  
E-mail: avtobru@gmail.com.

**Tatyana Vladimirovna Puzanova**, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.

