

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

УДК 621.822:531.41

М. Е. ЛУСТЕНКОВ, И. С. САЗОНОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ В ПЕРЕДАЧАХ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Белорусско-Российский университет

(Поступила в редакцию 12.02.2014)

Введение. Передачи с промежуточными телами качения (ППТК) обладают низкой материалоемкостью и высокой нагрузочной способностью, так как мощность передается по множеству параллельных потоков, а скольжение в контактирующих парах может быть заменено качением [1]. В этих передачах ролики контактируют одновременно с несколькими кулачковыми поверхностями. При определении КПД ППТК для оценки их энергоэффективности в расчетах используются коэффициенты трения скольжения и трения качения. Они принимаются постоянными для заданных пар трения согласно справочным данным [2]. При этом не учитывается их зависимость от геометрии, свойств контактирующих тел и действующих сил, что снижает точность расчетов.

Постановка задачи. Теоретическое обоснование возникновения сопротивления качению в большинстве существующих методик расчета основано на законе Кулона. Он предположил постоянство эксцентриситета δ , на который сдвигается нормальная реакция опоры N , чтобы уравновесить момент FR движущей силы, где R – радиус тела качения. Однако во многих источниках [3–5] присутствует ссылка на сформулированный А. Ж. Dupuit закон [6], в котором приводится следующая зависимость силы сопротивления качению: $T = kN / \sqrt{R}$. В некоторых источниках под знаком корня присутствует диаметр, а не радиус, что не меняет смысла выражения, а лишь вносит различия в значения постоянного коэффициента k . В данной трактовке из уравнения моментов эксцентриситет $\delta = k\sqrt{R}$. Из исследований С. L. Crandall и А. Marston [7] следует степенная зависимость эксцентриситета от радиуса (диаметра) тела качения. А. Ж. Dupuit предположил пропорциональность эксцентриситета δ хорде дуги контакта [3]. Однако он предполагал независимость величины погружения тела качения в опорную поверхность h и соответственно радиуса площадки контакта a от нагрузки. В [8] предложена методика определения коэффициентов трения скольжения и качения на основе анализа процессов контактного взаимодействия тела сферической формы и плоскости. Возникает необходимость совершенствования указанной методики и применения ее для практически значимых случаев контакта тел цилиндрической формы.

Цель данной статьи – разработка методики теоретического определения коэффициентов трения скольжения и качения при движении роликов по поверхностям деталей передач с промежуточными телами качения и ее экспериментальное обоснование.

Моделирование контакта ролик–плоскость. Рассмотрим тело цилиндрической формы (ролик) с радиусом r_s образующей окружности, расположенное на плоскости (рис. 1). Приведем все внешние силы (за исключением сил трения), действующие на него, к главному вектору \vec{R}_G^E , приложенному в центре масс, совпадающем в начальный момент времени с началом си-



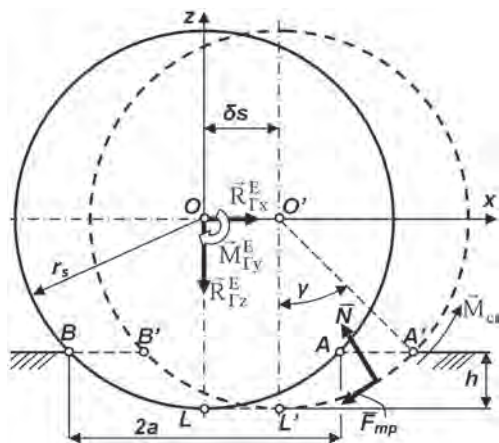


Рис. 1. Схема контакта цилиндра с опорной поверхностью

стемы координат O , и к главному моменту \vec{M}_G^E . Весом ролика пренебрегаем, его движение под действием сил рассматриваем как плоскопараллельное в плоскости xOz .

Исследуем случай, когда ролик – абсолютно твердое тело, взаимодействующее с деформируемой поверхностью. Под действием \vec{R}_{Gz}^E ролик внедряется в опорную поверхность. Перемещение точек ролика вдоль оси Oz характеризуется погружением h и углом γ . Предположим, что в начальный момент времени под действием \vec{R}_{Gx}^E все точки тела получили бесконечно малое перемещение δs (рис. 1, $\delta s = AA'$) вдоль оси Ox . Рассмотрим некоторые допущения, принятые для последующего анализа:

при качении ролика нагруженной оказывается только передняя часть поверхности контакта. После прокатывания поверхность тела восстанавливает свою первоначальную форму, так как считаем, что рассматриваемое прокатывание повторное и пластические деформации поверхности осуществились при первичном прокатывании; давления в точках поверхности контакта пропорциональны перемещениям этих точек.

Рассмотрим произвольную точку, находящуюся на поверхности тела, контактирующей с опорной поверхностью. Выделим около этой точки бесконечно малую площадку ds со сторонами $r_s d\gamma$ и dl_r , где $d\gamma$ и dl_r – бесконечно малые центральный угол в плоскости xOz и ширина площадки, измеряемая вдоль оси Oy соответственно $ds = r_s d\gamma dl_r$. Выразим силу dN , действующую на эту площадку, и результирующую реакцию N , действующую на всей поверхности контакта, через нормальное давление p , причем $p = f(\gamma)$:

$$dN = pds = pd\gamma dl_r, \quad N = \iint_S pr_s d\gamma dl_r. \quad (1)$$

Сила трения скольжения на этой площадке и результирующая сила трения на всей поверхности контакта следующие:

$$dF_{\text{тр}} = fdN = fpd\gamma dl_r, \quad F_{\text{тр}} = \iint_S fpr_s d\gamma dl_r, \quad (2)$$

где f – коэффициент трения скольжения для заданной пары материалов с известными твердостью, качеством обработки поверхностей и используемой смазкой, принимаемый по справочным данным.

Дифференциальные уравнения движения ролика:

$$m_s \ddot{x}_0 = R_{Gx}^E - N \sin(\gamma) - F_{\text{тр}} \cos(\gamma) = R_{Gx}^E - \iint_S pr_s \sin(\gamma) d\gamma dl_r - \iint_S fpr_s \cos(\gamma) d\gamma dl_r, \quad (3)$$

$$m_s \ddot{z}_0 = -R_{Gz}^E + N \cos(\gamma) - F_{\text{тр}} \sin(\gamma) = -R_{Gz}^E + \iint_S pr_s \cos(\gamma) d\gamma dl_r - \iint_S fpr_s \sin(\gamma) d\gamma dl_r, \quad (4)$$

$$J_y \ddot{\phi} = -M_{Gy}^E - F_{\text{тр}} r_s = -M_{Gy}^E - \iint_S fpr_s^2 d\gamma dl_r, \quad (5)$$

где m_s – масса тела качения; \ddot{x}_0 , \ddot{z}_0 – проекции ускорения центра масс ролика на соответствующие оси координат; $\ddot{\phi}$ – угловое ускорение ролика относительно оси Oy ; J_y – момент инерции сплошного однородного цилиндра относительно собственной оси, $J_y = 0,5m_s r_s^2$.

Давление в некоторой i -й точке на площадке контакта p_i будет прямо пропорционально перемещению этой точки тела $\Delta_i(\gamma)$ с коэффициентом пропорциональности k_p : $p_i = k_p \Delta_i(\gamma)$. Перемещение $\Delta_i(\gamma)$ является результатом составляющих перемещений вдоль осей Ox и Oz :

$$\Delta_i(\gamma) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} = \sqrt{\delta s^2 + (r_s (\cos(\gamma) - \cos(\gamma_{\max})))^2}, \quad (6)$$

где γ_{\max} – максимальное значение угла γ , определяемое параметрами r_s и h .

Предположим, что предварительное смещение δs пропорционально внедрению тела в опорную поверхность h (с учетом соотношения действующих сил): $\delta s = h(R_{\Gamma_x}^E/R_{\Gamma_z}^E)$. Принимая во внимание зависимость $\cos(\gamma_{\max}) = (r_s - h)/r_s$, давление в произвольной точке поверхности контакта определится таким образом:

$$p_i(\gamma) = k_p \Delta_i(\gamma) = k_p \sqrt{h^2 \left(\frac{R_{\Gamma_x}^E}{R_{\Gamma_z}^E} \right)^2 + (h + r_s (\cos(\gamma) - 1))^2}. \quad (7)$$

Характер изменения давления для ролика с радиусом $r_s = 5$ мм представлен на рис. 2. При расчете принимались следующие значения параметров: $k_p = 10^7$ Н/мм³, $R_{\Gamma_z}^E = 1000$ Н, $R_{\Gamma_x}^E = 50$ Н, $h = 0,01$ мм, $\gamma_{\max} = 0,064$ рад.

Функция (7) сложна для последующего использования в математических расчетах, а именно для дальнейшего двойного интегрирования, даже с помощью численных методов с применением современных математических программных пакетов. Поэтому была найдена аппроксимирующая функция p_{ai} , которая получена разложением исходной зависимости (7) в ряд Маклорена по двум переменным: γ и $R_{\Gamma_x}^E$. Оставив в ряду члены не выше второго порядка, получим

$$p_{ai}(\gamma) = k_p \left(h + 0,5 \left(\frac{(R_{\Gamma_x}^E)^2 h}{(R_{\Gamma_z}^E)^2} - r_s \gamma^2 \right) \right). \quad (8)$$

Численные расчеты зависимостей (7) и (8) показали высокую сходимость результатов в диапазоне подстановки значений угла γ от нуля до γ_{\max} (рис. 2).

Рассмотрим случай предельного равновесия ($\ddot{x} = 0$, $\ddot{z} = 0$, $\ddot{\phi} = 0$) и исследуем уравнения кинестатического равновесия, полученные из выражений (3)–(5) с учетом формулы (8):

$$R_{\Gamma_x}^E = \int_0^{\gamma_{\max}} p_{ia}(\gamma) r_s l_r (\sin(\gamma) + f \cos(\gamma)) d\gamma, \quad (9)$$

$$R_{\Gamma_z}^E = \int_0^{\gamma_{\max}} p_{ia}(\gamma) r_s l_r (\cos(\gamma) - f \sin(\gamma)) d\gamma, \quad (10)$$

$$M_{\Gamma_y}^E = \int_0^{\gamma_{\max}} f p_{ia}(\gamma) r_s^2 l_r d\gamma. \quad (11)$$

Величина двух неизвестных k_p и $R_{\Gamma_x}^E$ определяется из решения системы двух уравнений (9), (10). После взятия интегралов данная система приводится к следующему виду:

$$R_{\Gamma_x}^E = (R_{\Gamma_x}^E)^2 k_p U1 + k_p U2, \quad (12)$$

$$R_{\Gamma_z}^E = (R_{\Gamma_x}^E)^2 k_p U3 + k_p U4, \quad (13)$$

где $U1$ – $U4$ – коэффициенты квадратных уравнений.

Коэффициенты $U1$ и $U3$ имеют размерность мм³/Н², а коэффициенты $U2$ и $U4$ – мм³. Данные коэффициенты определяются согласно следующим зависимостям:

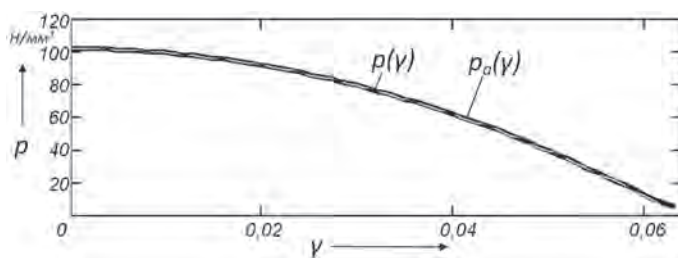


Рис. 2. Характер распределения давления по поверхности контакта



$$U1 = \frac{0,5hl_r r_s (1 - \cos(\gamma_{\max}) + f \sin(\gamma_{\max}))}{(R_{\Gamma_z}^E)^2}, \quad (14)$$

$$U2 = l_r r_s \left(\frac{h + r_s - \cos(\gamma_{\max})(h + r_s + r_s f \gamma_{\max}) + \sin(\gamma_{\max})(hf - r_s \gamma_{\max} + r_s f) +}{+ 0,5r_s \gamma_{\max}^2 (\cos(\gamma_{\max}) - f \sin(\gamma_{\max}))} \right), \quad (15)$$

$$U3 = \frac{0,5hl_r r_s (\sin(\gamma_{\max}) + f \cos(\gamma_{\max}) - f)}{(R_{\Gamma_z}^E)^2}, \quad (16)$$

$$U4 = l_r r_s \left(\cos(\gamma_{\max})(hf - r_s \gamma_{\max} - 0,5r_s f \gamma_{\max}^2 + r_s f) + \right. \\ \left. + \sin(\gamma_{\max})(r_s f \gamma_{\max} + r_s + h - 0,5r_s \gamma_{\max}^2) - f(h + r_s) \right). \quad (17)$$

Для нахождения корней системы уравнений (12) и (13) вынесем в правых частях за скобки общий множитель k_p и разделим одно уравнение на другое. После преобразования получим полином третьей степени

$$-U3(R_{\Gamma_x}^E)^3 + U1R_{\Gamma_z}^E(R_{\Gamma_x}^E)^2 - U4R_{\Gamma_x}^E = -U2R_{\Gamma_z}^E. \quad (18)$$

В результате решения данного полинома получим значение $R_{\Gamma_x}^E$. Полученное значение $R_{\Gamma_x}^E$ – предельная сила трения скольжения, так как при ее нахождении не использовалось третье уравнение равновесия (11). Далее находим k_p (например, из уравнения (12)):

$$k_p = \frac{R_{\Gamma_x}^E}{U1R_{\Gamma_x}^E + U2}. \quad (19)$$

Из уравнения (11) выразим момент $M_{\Gamma_y}^E$, который является моментом сопротивления качению:

$$M_{\Gamma_y}^E = k_p f l_r \gamma_{\max} r_s^2 \left(h + \frac{0,5h(R_{\Gamma_x}^E)^2}{(R_{\Gamma_z}^E)^2} - \frac{r_s \gamma_{\max}^2}{6} \right). \quad (20)$$

Разработанная модель адекватна при $R_{\Gamma_x}^E \neq 0$, так как только в этом случае возможны качение или скольжение и нагруженность половины поверхности контакта. Введем понятие приведенного коэффициента трения скольжения f' :

$$f' = R_{\Gamma_x}^E / R_{\Gamma_z}^E. \quad (21)$$

В отличие от коэффициента трения скольжения f , который определяется экспериментально для двух плоских трущихся поверхностей деталей из материалов с заданными свойствами, приведенный коэффициент трения f' характеризует трение скольжения для контакта ролика и плоскости.

Коэффициент трения качения определим следующим образом. Рассмотрим предельный случай равновесия, когда может нарушиться уравнение равенства моментов сил относительно точки A' (рис. 1) и произойдет перекачивание цилиндра, т. е. его качение. В этом положении реакция тела качения сдвигается на его кромку (в точку A'). Из силового прямоугольного треугольника с катетами $R_{\Gamma_z}^E$ и $R_{\Gamma_x}^E$ (составляющая главного вектора сил системы, необходимая для перекачивания шара) находим предельное значение коэффициента трения качения: $R_{\Gamma_x}^E = R_{\Gamma_z}^E \operatorname{tg}(\gamma_{\max})$. Тогда



$$\delta = \frac{R_{\Gamma x}^E (r_s - h)}{R_{\Gamma z}^E} = \operatorname{tg}(\gamma_{\max})(r_s - h) = a. \quad (22)$$

Таким образом, процесс чистого качения можно представить как поочередность перекачивания ролика и его последующего погружения (внедрения) в опорную поверхность. Коэффициент трения качения пропорционален радиусу контактной площадки a , его величина зависит от действующих сил, радиуса ролика и свойств контактирующих материалов.

Количественное определение коэффициентов трения и результаты экспериментов. Исходными данными для расчета являются коэффициент трения скольжения f , свойства материалов контактирующих тел и вертикальная (нормальная) нагрузка $R_{\Gamma z}^E$. Составляющая главного вектора внешних сил $R_{\Gamma x}^E$ определяется в процессе вычислений из уравнений равновесия как предельная сила, препятствующая скольжению.

Рассмотрим контакт двух роликов (образца и контрообразца) с диаметрами $r_s = 5$ мм и $R_0 = 50$ мм соответственно и длиной линии контакта $l_r = 1,5$ мм. В этом случае алгоритм определения коэффициентов трения по формулам (21), (22) для контакта жесткого ролика и упругого полупространства необходимо дополнить. Применим и преобразуем известные формулы теории упругости для контакта цилиндр–цилиндр [9, с. 531]. Радиус площадки контакта a :

$$a = 0,798 \sqrt{2 \frac{R_{\Gamma z}^E}{l_r} \frac{r_s R_0}{r_s + R_0} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)},$$

где E_1, E_2 – модули упругости материалов контактирующих тел; ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона контактирующих материалов.

Вследствие равенства для сталей $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа примем также равенство $\Theta = \Theta_1 = \Theta_2$. При учете деформируемости обоих контактирующих тел определяется сближение их осей (для пары цилиндр–цилиндр) [9, с. 531]:

$$h_s = 2 \frac{R_{\Gamma z}^E}{l_r} \frac{\Theta}{\pi} \left(0,815 + \ln \left(\frac{4r_s R_0}{a^2} \right) \right).$$

При контакте двух тел цилиндрической формы можно предположить, что размер от оси каждого тела качения до линии контакта уменьшится на величину, обратно пропорциональную твердости этих тел (HB_1 и HB_2). Для ролика, например, величина максимальной линейной деформации определится таким образом:

$$h_1 = \frac{h_s}{1 + HB_1 / HB_2}. \quad (23)$$

При дальнейших расчетах радиус ролика необходимо корректировать:

$$r_{sk} = \frac{(r_s - h_1)^2 + r_s^2}{2(r_s - h_1)}. \quad (24)$$

В формулы (1)–(22) вместо значения радиуса r_s необходимо подставлять величину r_{sk} . Параметры h и γ_{\max} определяются по формулам

$$h = r_{sk} - \sqrt{(r_{sk} - a)(r_{sk} + a)}; \quad \gamma_{\max} = \arccos((r_{sk} - h)/r_{sk}). \quad (25)$$

Для подтверждения разработанной методики проведены лабораторные испытания. Общий вид нагружающего узла машины для износоусталостных испытаний Cu–05 Мо [10] показан на рис. 3.

Исследовались термообработанные и шлифованные образцы роликов двух видов: из стали 18ХГТ с твердостью поверхности 60–61 HRC (контрообразцы) и из стали 45 с твердостью поверхности 40–42 HRC. Образец вращался с частотой 1500 об/мин. Контрообразец нагружался



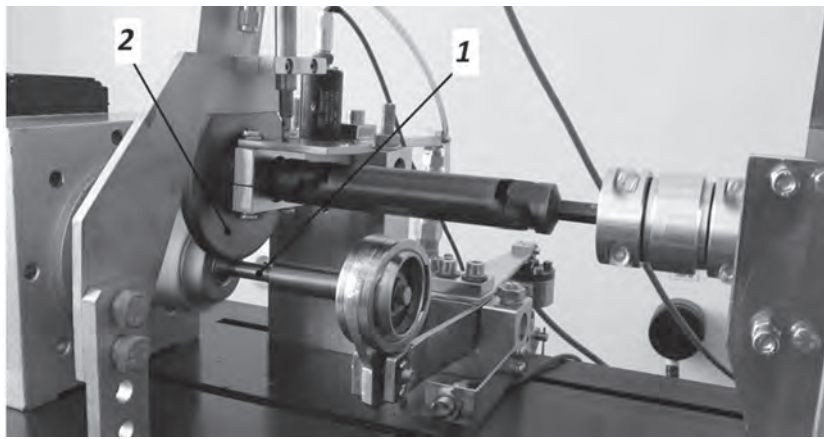


Рис. 3. Общий вид узла нагружения испытательного стенда: 1 – образец, 2 – контрообразец

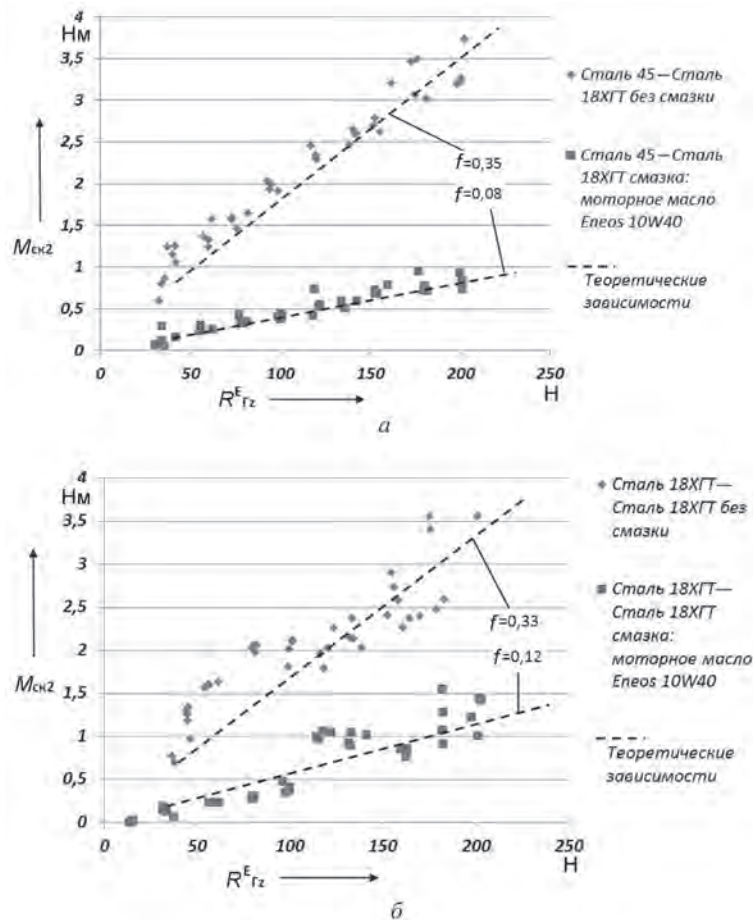


Рис. 4. Результаты экспериментов по определению момента сопротивления качению на валу контрообразца: а – для роликов из различных сталей, б – для роликов из одинаковых сталей

нормальной силой. Его вал имел независимый привод, который при помощи системы управления стенда согласовывался с приводом вала с образцом, и при задаваемом коэффициенте проскальзывания, равном нулю, обеспечивал качение без скольжения.

В ходе проведения экспериментов изменялось значение нормальной силы и измерялся крутящий момент, возникающий на валу с контрообразцом (момент сопротивления качению). Результаты экспериментов сопоставлялись с данными, полученными по формулам (1)–(22). При вычислениях по теоретическим зависимостям момент сопротивления качению на валу с кон-

тробразцом $M_{\text{ск2}}$ рассчитывался по формуле $M_{\text{Гy}}^E i_p$, где $M_{\text{Гy}}^E$ – момент, рассчитываемый по зависимости (20), i_p – передаточное отношение фрикционной пары, $i_p = R_0/r_s$.

Результаты испытаний (рис. 4, а, б) показывают высокую сходимость с данными теоретических расчетов. Графически представленные зависимости являются практически линейными, а угол наклона кривой, рассчитанной по теоретическим зависимостям, к оси абсцисс определяется несколькими факторами, в том числе и принятым коэффициентом трения скольжения f .

Заключение. Экспериментальные данные по определению момента сопротивления качению свидетельствуют о том, что в ППТК целесообразно использовать контактирующие пары из различных сталей с разной твердостью поверхностей (при использовании смазочного материала). Анализ зависимости (21) показал, что коэффициент трения качения увеличивается от 0,032 мм при вертикальной нагрузке, равной 30 Н, до 0,08 мм при вертикальной нагрузке 200 Н при указанных диаметрах роликов. Это, в принципе, не противоречит данным, приводимым в источнике [9, с. 92, табл. 34], где для пары мягкая сталь – мягкая сталь коэффициент качения (плечо) принимается $\delta = 0,05$ мм, а для пары закаленная сталь–закаленная сталь $\delta = 0,01$ мм.

Анализ зависимости (22) показал, что приведенный коэффициент трения скольжения f' в контакте двух роликов в среднем на 3–5 % выше, чем коэффициент трения f , принимаемый по справочным данным [9, с. 88, табл. 30] либо определенный экспериментальным путем (рис. 4). При превышении f значения 0,4 разница между коэффициентами f и f' становится несущественной (около 1%), при малых значениях f (например, 0,05) разница между указанными коэффициентами может превышать 10%. Рост нормальной нагрузки и разницы в диаметрах роликов при прочих равных условиях увеличивает площадку контакта и, следовательно, пропорционально приведенный коэффициент трения f' .

Полученные результаты на основе приведенной выше методики и экспериментальных данных согласуются с результатами исследований, проводимых С. В. Пинегиным [11] и R. C. Drutowski [12]. В указанных исследованиях экспериментально определялся коэффициент сопротивления качению f_k ($f_k = T/N$, где T – измеряемая сила сопротивления качению, N – нормальная реакция опоры). При росте нормальной нагрузки на тело качения увеличивается значение коэффициента сопротивления качению (из уравнений равновесия тела качения $f_k = \delta/R$ при условии приложения силы T к центру тела качения), при увеличении радиуса тела качения коэффициент f_k снижается, что подтверждается результатами вычислений, проведенных по формулам (1)–(22) разработанной методики.

Литература

1. Лустенков М. Е. Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизации потерь мощности: монография. Могилев, 2010.
2. Ануриев В. И. Справочник конструктора машиностроителя: В 3 т. 9-е изд. переработ. и доп. / Под ред. И. Н. Жестковой. М., 2006.
3. Пинегин С. В. Трение качения в машинах и приборах. М., 1976.
4. Буланов Э. А. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 5. С. 42–46.
5. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ. М., 1977.
6. Dupuit A. J. Essais et experiences sur le tirage de voitures et sur le frottement de second espece. Paris, 1837.
7. Crandall C. L., Marston A. // Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs. 1984. Vol. 32. P. 99–129, 270–277.
8. Лустенков М. Е. // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2011. № 11. С. 34–38.
9. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. Расчет на прочность деталей машин: Справочник. 4-е изд., перераб. и доп. М., 1993.
10. Сосновский Л. А., Журавков М. А., Щербаков С. С. Введение в трибофатику. Мн., 2010.
11. Пинегин С. В. Контактная прочность и сопротивление качению. М., 1968.
12. Drutowski R. C. // Proc. Instr. Ball Bearing Conf., sponsored by New Departure Division, General Motors Corp. (Cleveland, Ohio), Mar. 26–27, 1958. P. 97–116.

M. E. LUSTENKOV, I. S. SAZONOV

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL SUBSTANTIATION OF FRICTION COEFFICIENTS IN TRANSMISSIONS WITH INTERMEDIATE ROLLING ELEMENTS

Summary

A contact of a roller with working surfaces of elements of transmissions with intermediate rolling elements is investigated. Formulas for calculation of slipping and rolling friction coefficients depending on operating forces and characteristics of materials of contacting details are resulted. The results of experimental researches for the moment of rolling resistance determination in contact of two rollers are resulted.

