УДК 004.8

О ЗАДАЧЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ

Е. М. БОРЧИК, А. И. ЯКИМОВ
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Могилев, Беларусь

Технологический процесс (ТП) производства готовой продукции (тканей) представлен в виде взвешенного ориентированного ациклического графа, вершинами которого являются технологические режимы (ТР). Пусть нагрузки (стоимости ресурсов, временные затраты) на дуги графа, в общем случае стохастического характера, уточнены методом Монте-Карло с использованием специально разработанных моделей их имитации и/или посредством анализа статистических данных ТП. При этом для каждой i-й технологической операции ТП определены нормы расхода времени, затрачиваемого на обработку заданного количества продукции $T_i = (t_{i1},..., t_{iM_i})$, $t_{ij} \in R$; общие стоимости расхода ресурсов, необходимых для обработки заданного количества продукции $S_i = (s_{i1},..., s_{iM_i})$, $s_{ij} \in R$, $i = 1, ..., n$, $j = 1, ..., M_i$, $n, M_i \in N$.

Для устранения неоднозначности выбора технологических режимов на каждом из этапов ТП поставлена задача многокритериальной оптимизации с использованием принципа оптимальности Беллмана с лексикографическим упорядочением критериев оптимизации (в разрезе стоимости ресурсов и/или временных затрат для выпуска заданного количества продукции). Требуется определить состояния ТП, *«близкие»* в соответствии с заданной мерой близости к *оптимальному* состоянию.

Для решения поставленной задачи предлагается процедура анализа выборок данных возможных состояний ТП. При этом общее количество всех возможных маршрутов по графу ТП составляет:

$$\eta = C^1_{M_1} \cdot C^1_{M_2} \cdot \ldots \cdot C^1_{M_n} = M_1 \cdot M_2 \cdot \ldots \cdot M_n = \prod_{i=1}^{n} M_i \quad (1)$$

Пусть расход ресурсов ТП ($\{T_i\}$, $\{S_i\}$) представлен матрицей вида:

$$X = \|x_{ij}\|,\ x_{ij} \in R, i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, \max\{M_1, \ldots, M_n\}; \quad (2)$$

$$X_T = \psi(\{T_i | i = 1, \ldots, n\}) = \|x_{ij}\|,\ x_{ij_i} = \begin{cases} t_{ij_i} | j_i = 1, \ldots, M_i, \\ 0 | j_i = (M_i + 1), \ldots, \max\{M_1, \ldots, M_n\} \end{cases}, \quad (3)$$

$$X_S = \psi(\{S_i | i = 1, \ldots, n\}) = \|x_{ij}\|,\ x_{ij_i} = \begin{cases} s_{ij_i} | j_i = 1, \ldots, M_i, \\ 0 | j_i = (M_i + 1), \ldots, \max\{M_1, \ldots, M_n\} \end{cases}. \quad (4)$$

Этапы решения поставленной оптимизационной задачи.

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета

Этап 1. Построение многомерных выборок данных состояний ТП.

Введём в рассмотрение функции $Z_i : X \to R$, $i \in \{1, \dots, n\}$ построения возможных состояний ТП на соответствующих i-х этапах:

$$Z_i(X, j_1, j_2, \dots, j_i) \overset{(2)}{=} x_{1\,j_1} + x_{2\,j_2} + \dots + x_{i\,j_i},\ j_k \in \{1, \dots, M_k\},\ k = 1, \dots, i. \qquad (5)$$

Тогда вид двумерных выборок на n-м этапе состояний ТП:

$$Y = \{(y_1^{(1)}, y_1^{(2)}), (y_2^{(1)}, y_2^{(2)}), \dots, (y_\eta^{(1)}, y_\eta^{(2)})\}, \qquad (6)$$

$$(y_l^{(1)}, y_l^{(2)}) \overset{(3),(4),(5)}{=} (Z_n(X_T, j_1, j_2, \dots, j_n), Z_n(X_S, j_1, j_2, \dots, j_n)) \in R^2, \qquad (7)$$

$$j_k = 1, \dots, M_k,\ k = 1, \dots, n,\ l \in 1, \dots, \eta,\ \eta \overset{(1)}{=} \prod_{i=1}^{n} M_i.$$

Этап 2. Кластерный анализ многомерных данных.

Требуется проанализировать множество многомерных данных вида (6); разделить (6) на непересекающиеся подмножества (кластеры); определить при этом состояния ТП, «близкие» наиболее оптимальному $(y_\alpha^{(1)}, y_\alpha^{(2)}) \in R^2$ и наименее оптимальному $(y_\omega^{(1)}, y_\omega^{(2)}) \in R^2$, $\alpha, \omega \in \{1, \dots, \eta\}$ (в соответствии с критериями оптимизации) состояниям ТП.

Для решения данной задачи используются методы кластерного анализа. Пусть в результате разбиения (6) на кластеры элементам $(y_l^{(1)}, y_l^{(2)}) \in R^2$, $l = 1, \dots, \eta$, поставлены в соответствие номера кластеров K_ζ, $\zeta = 1, \dots, |\zeta|$, где $|\zeta|$ – итоговое количество построенных кластеров. Искомыми являются кластеры K_1, K_2 в состав которых входят элементы $(y_\alpha^{(1)}, y_\alpha^{(2)}) \in R^2$, $(y_\omega^{(1)}, y_\omega^{(2)}) \in R^2$ соответственно. В случае $|\zeta| > 2$ предлагается объединение элементов, не входящих в состав кластеров K_1, K_2 в некоторый обобщающий кластер K_3, как прочие элементы.

Каждому элементу множества (6) соответствует информация о маршруте по графу ТП (последовательность порядковых номеров вершин):

$$(M_B(1, j_1), M_B(2, j_2), \dots, M_B(n, j_n)),\ j_i \in \{1, \dots, M_i\},\ i = 1, \dots, n, \qquad (8)$$

$$M_B(i,k) = \sum_{j=1}^{i-1} M_j + k,\ i = 1, \dots, n,\ k \in \{1, \dots, M_i\}.$$

Предлагается способ анализа структур кластеров по информации (8). В качестве объектов исследования предлагается рассмотрение одиночных независимых ТР, или вершин графа ТП. Поскольку граф ТП является *связным*, допустимо построение любой n-ки исследуемых ТР вида (8). Вероятности принадлежности объектов $u \in M_B(i,k)$, $i = 1, \dots, n$, $k \in \{1, \dots, M_i\}$ кластерам рассчитываются в соответствии с классическим определением вероятности. При этом объект u принадлежит кластеру K_{j_0}, $j_0 \in 1, \dots, \zeta'$, $\zeta' \in \{2, 3\}$, тогда и только тогда, когда вероятность принадлежности объекта кластеру в u-й строке матрицы вероятностей принадлежности объектов кластерам максимальна.