

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 621.313.333

В. И. Луковников, д-р техн. наук, проф., А. В. Козлов

АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛЕЙ АСИНХРОННОГО ДВУХФАЗНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ВО ВРЕМЕННОЙ, ОДНОМЕРНО-ОПЕРАТОРНОЙ И МНОГОМЕРНО-ВРЕМЕННОЙ ОПЕРАТОРНОЙ ОБЛАСТЯХ

В статье приводится анализ моделей двухфазного асинхронного электродвигателя, представленных в виде системы дифференциальных уравнений, традиционном операторном и новом многомерно-временном видах.

Введение

В технике автоматического управления широко распространены системы, элементы которых имеют нелинейности типа «произведения», которые возникают в соответствии с законами Ампера (электрический ток \times магнитная индукция), Фарадея (скорость перемещения \times магнитная индукция), Максвелла (магнитная индукция \times магнитная индукция), сохранения энергии (электрическое напряжение \times электрический ток и сила \times перемещение). Произведения различных переменных (координат) имеются в самонастраивающихся, инвариантных, нелинейных и других системах автоматического управления, использующих модуляцию или имеющие периодические параметры. Произведения переменных сигналов появляются и в безредукторных электроприводах, создающих шаговое, колебательное, шагово-колебательное и другие виды периодического движения.

В такого рода системах сигналы представляются в виде произведения по меньшей мере двух временных функций, причем по меньшей мере одна из них является периодической.

Наиболее распространенным методом анализа подобных систем является одномерное интегральное преобразование Лапласа. Такое преобразование широко используется при представлении

математических моделей электромеханических преобразователей передаточной функцией в составе систем автоматического управления. Широко распространено также использование математической теории дифференциальных уравнений.

Недостатки традиционных методов анализа, базирующихся на одномерном преобразовании Лапласа, где произведения функций представляются в виде интегралов свертки, очевидны и общепризнаны (громоздкость аналитических преобразований, в большинстве случаев получение приближенного конечного результата).

Использование многомерного преобразования Лапласа функций многих переменных дает возможность уйти от необходимости вычисления интеграла свертки, тем самым упростить анализ систем автоматического управления, где имеются нелинейности типа «произведения», а также различные модуляции сигналов.

Уравнение и структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя во временной области

В [1, 2] получено уравнение движения ротора двухфазного асинхронного электродвигателя (АД) в следующем

виде:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \left[u_\beta \cdot \int u_\alpha \cdot dt - u_\alpha \cdot \int u_\beta \cdot dt - \omega \cdot \left(\int u_\beta \cdot dt \right)^2 \right], \quad (1)$$

где u_α, u_β – напряжения на обмотках управления и возбуждения; ω – скорость вращения двигателя; J – момент инерции двигателя; R – приведенное сопротивление обмотки ротора.

По уравнению (1) построим структурную схему двухфазного асинхронного

электродвигателя во временной области (рис. 1) при амплитудной модуляции напряжения

$$u_\alpha = m \cdot u_y = \Omega \cdot t \cdot U_{ym} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$$

и напряжении возбуждения

$$u_\beta = U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t).$$

На структурной схеме через $K = \frac{1}{R \cdot J}$ обозначен коэффициент передачи электродвигателя.

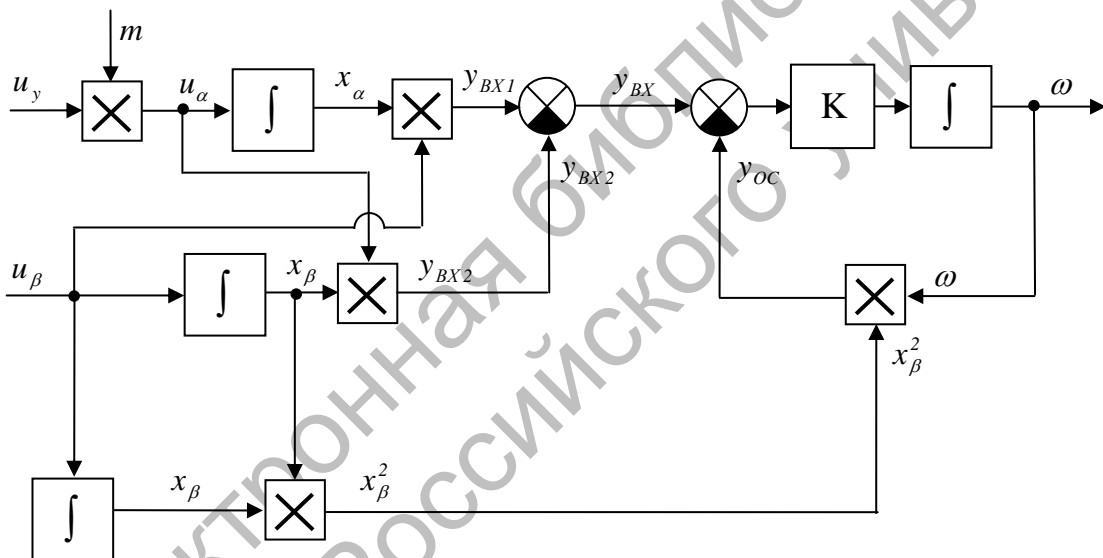


Рис. 1. Структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя во временной области

Определение скорости вращения двухфазного асинхронного электродвигателя во временной области

По структурной схеме входной сигнал y_{BX} будет определяться из выражения

$$y_{BX} = y_{BX1} - y_{BX2}, \quad (2)$$

где

$$y_{BX1} = \left(\int \int U_{ym} \cdot \Omega \cdot t \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) dt \right) \times U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t), \quad (3)$$

$$y_{BX2} = \left(\int U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) dt \right) \times U_{ym} \cdot \Omega \cdot t \cdot \cos(\omega_0 \cdot t). \quad (4)$$

Интегрируя интеграл в выражении (3) по частям, получим

$$\begin{aligned} x_\alpha &= \int U_{ym} \cdot \Omega \cdot t \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) dt = \\ &= \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + C_1 \right) \cdot \Omega \cdot t - \\ &- \Omega \cdot \int \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + C_1 \right) dt = \\ &= \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + C_1 \right) \cdot \Omega \cdot t + \\ &+ \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - C_1 \cdot \Omega \cdot t + C_2. \end{aligned}$$

Зададим начальные условия таким образом, чтобы постоянная интегрирования получилась равной нулю:

$$x_\alpha(0) = \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} = \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} + C_2,$$

откуда $C_2 = 0$.

Таким образом, y_{BX1} будет определяться следующим выражением:

$$\begin{aligned} y_{BX1} &= \left(\frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0} \cdot t \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \right) \times \\ &\times U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) = \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot U_{em}}{\omega_0^2} \times \\ &\times \left(\omega_0 \cdot t \cdot \sin^2(\omega_0 \cdot t) + \frac{\sin(2 \cdot \omega_0 \cdot t)}{2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Интегрируя выражение (4), получим

$$\begin{aligned} y_{BX2} &= x_\beta \cdot u_\alpha = \left(-\frac{U_{em}}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + C \right) \times \\ &\times U_{ym} \cdot \Omega \cdot t \cdot \cos(\omega_0 \cdot t). \end{aligned}$$

Учитывая начальные условия

$$x_\beta(0) = -\frac{U_{em}}{\omega_0}, \text{ получим}$$

$$\begin{aligned} y_{BX2} &= -\frac{U_{em}}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \cdot U_{ym} \cdot \Omega \cdot t \times \\ &\times \cos(\omega_0 \cdot t) = -\frac{U_{em} \cdot U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} \times \\ &\times \omega_0 \cdot t \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot t). \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, согласно (2), (5), (6), входной сигнал $y_{BX}(t)$ будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} y_{BX} &= \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot U_{em}}{\omega_0^2} \times \\ &\times \left(\omega_0 \cdot t \cdot \sin^2(\omega_0 \cdot t) + \frac{\sin(2 \cdot \omega_0 \cdot t)}{2} \right) + \\ &+ \frac{U_{em} \cdot U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2} \cdot \omega_0 \cdot t \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot t) = \\ &= \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot U_{em}}{\omega_0^2} \left(\omega_0 \cdot t + \frac{\sin(2 \cdot \omega_0 \cdot t)}{2} \right). \end{aligned}$$

Асинхронный двухфазный электродвигатель как фильтр низких частот не пропускает частоты, выше несущей, поэтому колебания $\sin(2 \cdot \omega_0 \cdot t)$ или $\cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t)$ не будут пропущены на выход, и тогда, учитывая это, можно записать

$$y_{BX} = \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot U_{em}}{\omega_0} \cdot t. \quad (7)$$

Согласно структурной схеме (см. рис. 1) определим опорный сигнал x_β^2 :

$$\begin{aligned} x_\beta^2 &= \left(\int U_\beta dt \right)^2 = \left(\int U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) dt \right)^2 = \\ &= \left(-\frac{U_{em}}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + C \right)^2. \end{aligned}$$

С учетом начальных условий

$$x_\beta(0) = -\frac{U_{em}}{\omega_0} \text{ получим } C = 0 \text{ и тогда}$$

$$x_{\beta}^2 = \frac{U_{\text{em}}^2}{\omega_0^2} \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot t) = \frac{U_{\text{em}}^2}{\omega_0^2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t) \right).$$

Отбрасывая член $\frac{U_{\text{em}}^2}{2 \cdot \omega_0^2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t)$, получим

$$x_{\beta}^2 = \frac{U_{\text{em}}^2}{2 \cdot \omega_0^2}. \quad (8)$$

Используя структурную схему (см. рис. 1), выражения (7) и (8), составим дифференциальное уравнение, описывающее двухфазный асинхронный электродвигатель:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{U_{\text{em}}^2 \cdot K}{2 \cdot \omega_0^2} \cdot \omega = \frac{K \cdot U_{\text{em}} \cdot U_{\text{ym}} \cdot \Omega}{\omega_0} \cdot t.$$

Решая это неоднородное линейное уравнение первого порядка, и имея в виду, что $\omega(0) = 0$, получим

$$\omega = 2 \cdot \frac{U_{\text{ym}} \cdot \Omega \cdot \omega_0}{U_{\text{em}}} \cdot t - 4 \cdot \frac{U_{\text{ym}} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{\text{em}}^3 \cdot K} + 4 \cdot \frac{U_{\text{ym}} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{\text{em}}^3 \cdot K} \cdot e^{-\frac{U_{\text{em}}^2 \cdot K}{2 \cdot \omega_0^2} \cdot t}. \quad (9)$$

Уравнение и структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя в одномерной операторной области

Запишем уравнение (1) в операторной форме и по нему построим структурную схему двухфазного асинхронного электродвигателя для одномерной операторной области (рис. 2).

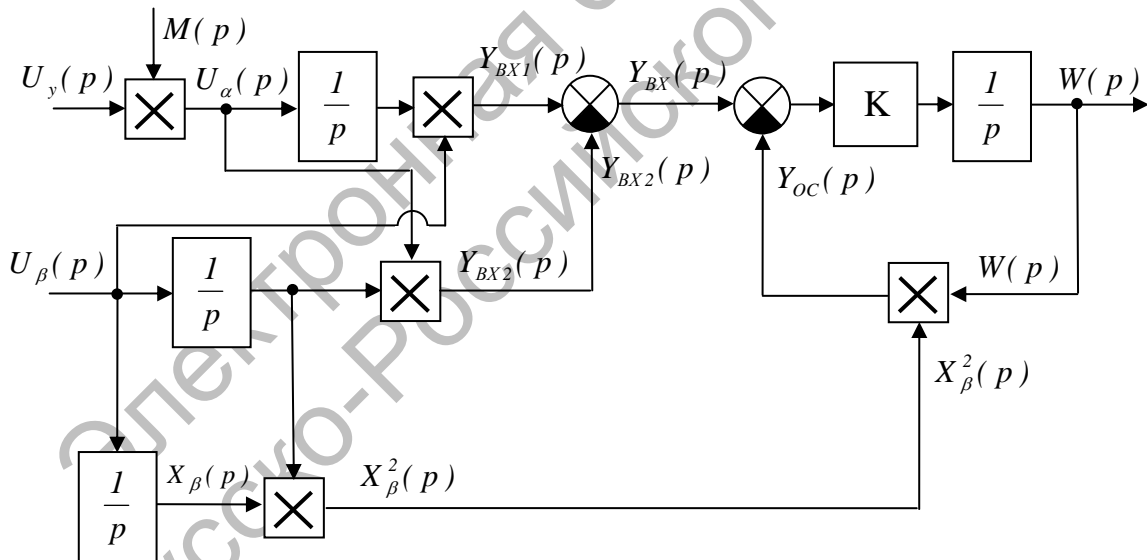


Рис. 2. Структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя для одномерной операторной области

$$p \cdot W(p) + K \cdot Y_{OC}(p) = K \cdot Y_{BX}(p), \quad (10)$$

где $Y_{BX}(p) = L \left\{ u_{\beta} \cdot \int u_{\alpha} \cdot dt - u_{\alpha} \cdot \int u_{\beta} \cdot dt \right\};$

$$Y_{OC}(p) = L \left\{ \omega \cdot \left(\int u_{\beta} \cdot dt \right)^2 \right\}.$$

Используя (9) и учитывая, что $\sin(\omega_0 \cdot t) = \cos(\omega_0 \cdot t + \frac{\pi}{2})$, найдем y_{BX} :

$$y_{BX} = U_{em} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \cdot \int u_{\alpha} dt + u_{\alpha} \cdot \frac{U_{em}}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) =$$

$$= -U_{em} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \frac{\pi}{2}) \cdot \int u_{\alpha} dt + u_{\alpha} \cdot \frac{U_{em}}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t).$$

Определение скорости вращения двухфазного асинхронного электродвигателя в одномерно-операторной области

Используя (10) и переходя к изображениям, получим

$$Y_{BX}(p) = \frac{U_{em}}{2} \cdot \left[\frac{-j \cdot \left(U_{\alpha}(p - j \cdot \omega_0) + \frac{1}{2} \cdot x_{\alpha}(0) \right)}{p - j \cdot \omega_0} + \frac{1}{\omega_0} \cdot U_{\alpha}(p - j \cdot \omega_0) \right] + [\]^*$$

$$\times \left[\frac{(p - j \cdot 2 \cdot \omega_0) \cdot U_{\alpha}(p - j \cdot \omega_0) - \frac{j \cdot \omega_0}{2} \cdot x_{\alpha}(0)}{p - j \cdot \omega_0} + [\]^* \right], \quad (11)$$

где $x_{\alpha}(0) = \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0^2}$ – начальные условия, а $[\]^*$ – операторное выражение, сопряженное с первым слагаемым.

Запишем изображение сигнала u_{α} в одномерной операторной области:

$$u_{\alpha}(p) = \frac{U_{ym}}{2} \cdot [M(p - j \cdot \omega_0) + M(p + j \cdot \omega_0)];$$

$$u_{\alpha}(p - j \cdot \omega_0) = \frac{U_{ym}}{2} \cdot [M(p - j \cdot 2 \cdot \omega_0) + M(p)];$$

$$u_{\alpha}(p + j \cdot \omega_0) = \frac{U_{ym}}{2} \cdot [M(p) + M(p + j \cdot 2 \cdot \omega_0)]. \quad (12)$$

Учитывая сделанные ранее допущения, опустим в выражении (12) изображение $M(p \pm j \cdot 2 \cdot \omega_0)$, и тогда имеем:

$$u_{\alpha}(p \pm j \cdot \omega_0) = \frac{U_{ym}}{2} \cdot M(p). \quad (13)$$

Подставив (13) в (11), найдем

$$Y_{BX}(p) = \frac{U_{em}}{2 \cdot \omega_0} \times \left[\frac{(p - j \cdot 2 \cdot \omega_0) \cdot \frac{U_{ym}}{2} \cdot M(p) - \frac{j \cdot \omega_0}{2} \cdot x_{\alpha}(0)}{p - j \cdot \omega_0} + [\]^* \right],$$

где $M(p) = \frac{\Omega}{p^2}$ – амплитудная модуляция напряжения управления.

Окончательно изображение $Y_{BX}(p)$ запишем следующим образом:

$$Y_{BX}(p) = \frac{U_{em}}{2 \cdot \omega_0} \times \frac{\frac{U_{ym}}{2} \cdot M(p) \cdot (2 \cdot p^2 + 4 \cdot \omega_0^2) + \omega_0^2 \cdot x_{\alpha}(0)}{p^2 + \omega_0^2} =$$

$$= \frac{U_{em}}{2 \cdot \omega_0} \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot (2 \cdot p^2 + 4 \cdot \omega_0^2) + 2 \cdot p^2 \cdot \omega_0^2 \cdot x_{\alpha}(0)}{2 \cdot p^2 \cdot (p^2 + \omega_0^2)} =$$

$$= \frac{U_{em} \cdot U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0} \cdot \frac{1}{p^2}.$$

Используя выражения (8) и (9), найдем изображение $Y_{OC}(p)$:

$$Y_{OC}(p) = \frac{U_{em}^2}{2 \cdot \omega_0^2} \cdot W(p).$$

Изображение скорости вращения $W(p)$ по (9) будет

$$W(p) = \frac{K \cdot U_{em} \cdot U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0} \times \frac{1}{p^2 \cdot \left(p + \frac{K \cdot U_{em}^2}{2 \cdot \omega_0^2} \right)} \quad (14)$$

Раскладывая (13) на простейшие дроби, окончательно получим

$$W(p) = 2 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0}{U_{em}} \cdot \frac{1}{p^2} - 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{em}^3 \cdot K} \cdot \frac{1}{p} + 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{em}^3 \cdot K} \cdot \frac{1}{\left(p + \frac{K \cdot U_{em}^2}{2 \cdot \omega_0^2} \right)} \quad (15)$$

Во временной области

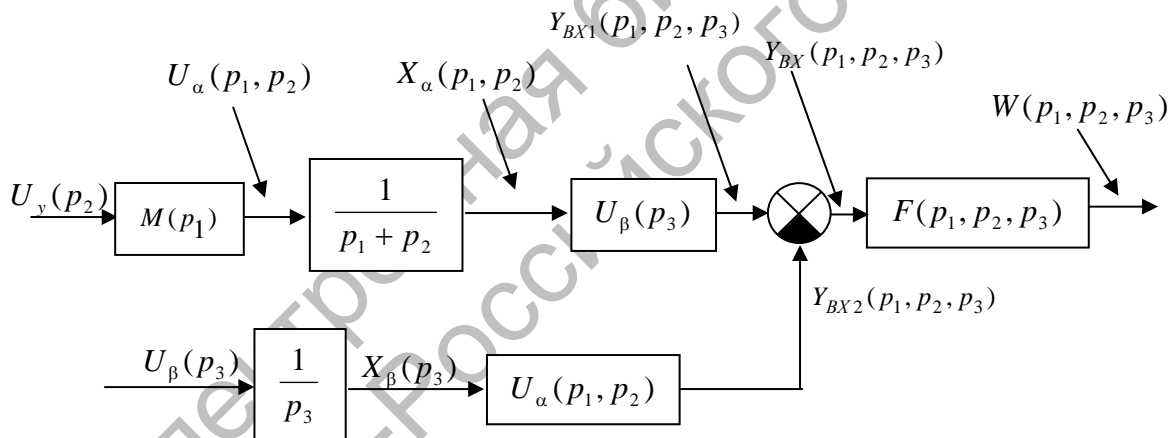


Рис. 3. Структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя для многомерно-временной операторной области

Определение скорости вращения двухфазного асинхронного электродвигателя многомерно-временным операторным методом

Найдем многомерно-временные изображения сигналов u_α, u_β согласно [3]

$$\omega = 2 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0}{U_{em}} \cdot t - 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{em}^3 \cdot K} + 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_0^3}{U_{em}^3 \cdot K} \cdot e^{-\frac{U_{em}^2 \cdot K}{2 \cdot \omega_0^2} \cdot t} \quad (16)$$

Структурная схема двухфазного асинхронного электродвигателя в многомерно-временной операторной области

Используя многомерно-временной операторный метод [3], а также принятые допущения, что $x_\beta^2 = \frac{U_{em}^2}{2 \cdot \omega_0^2} = const$, изобразим структурную схему для многомерно-временной операторной области (рис. 3).

$$U_\alpha(p_1, p_2) = M(p_1) \cdot U_y(p_2) = \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_0^2},$$

$$U_\beta(p_3) = U_{em} \cdot \frac{\omega_0}{p_3^2 + \omega_0^2}.$$

В многомерно-временной операторной области входной сигнал

$Y_{BX}(p_1, p_2, p_3)$ будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned}
 Y_{BX}(p_1, p_2, p_3) &= Y_{BX1}(p_1, p_2, p_3) - \\
 &- Y_{BX2}(p_1, p_2, p_3) = U_{\alpha}(p_1, p_2) \times \\
 &\times \frac{1}{p_1 + p_2} \cdot U_{\beta}(p_3) - U_{\beta}(p_3) \frac{1}{p_3} \times \\
 &\times U_{\alpha}(p_1, p_2) = \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_0^2} \times \\
 &\times \frac{1}{p_1 + p_2} \cdot \frac{U_{\beta m} \cdot \omega_0}{p_3^2 + \omega_0^2} - \frac{U_{\beta m} \cdot \omega_0}{p_3^2 + \omega_0^2} \times \\
 &\times \frac{1}{p_3} \cdot \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_0^2} = A(p_1, p_2) \times \\
 &\times \frac{U_{\beta m} \cdot \omega_0}{p_3^2 + \omega_0^2} - B(p_3) \cdot \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_0^2},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A(p_1, p_2) &= \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_0^2} \cdot \frac{1}{p_1 + p_2}; \\
 B(p_3) &= \frac{U_{\beta m} \cdot \omega_0}{p_3^2 + \omega_0^2} \cdot \frac{1}{p_3}.
 \end{aligned}$$

Разложим $A(p_1, p_2)$ на простейшие дроби, считая $p_2 = const$ [3]:

$$\begin{aligned}
 A(p_1, p_2) &= \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym}}{p_2^2 + \omega_0^2} - \frac{\Omega}{p_1} \times \\
 &\times \frac{U_{ym}}{p_2 \cdot (p_2^2 + \omega_0^2)} + \frac{1}{p_1 + p_2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{p_2 \cdot (p_2^2 + \omega_0^2)}.
 \end{aligned}$$

Переходя во временную область по оператору p_1 , получим

$$\begin{aligned}
 A(t_1, p_2) &= \Omega \cdot t_1 \cdot \frac{U_{ym}}{p_2^2 + \omega_0^2} - \\
 &- \Omega \cdot 1(t_1) \cdot \frac{U_{ym}}{p_2 \cdot (p_2^2 + \omega_0^2)} + \\
 &+ e^{-p_2 t_1} \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{p_2 \cdot (p_2^2 + \omega_0^2)}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Раскладывая второе и третье слагаемые в выражении (17), считая $p_2 = var$ [3], на простейшие дроби, получим

$$\begin{aligned}
 A(t_1, p_2) &= \Omega \cdot t_1 \cdot \frac{U_{ym}}{p_2^2 + \omega_0^2} - \Omega \cdot 1(t_1) \times \\
 &\times \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{p_2} - \frac{U_{ym} \cdot p_2}{\omega_0^2 (p_2^2 + \omega_0^2)} \right) + \\
 &+ \Omega \cdot e^{-p_2 t_1} \cdot \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{p_2} - \frac{U_{ym} \cdot p_2}{\omega_0^2 (p_2^2 + \omega_0^2)} \right).
 \end{aligned}$$

Во временной двумерной области получим

$$\begin{aligned}
 a(t_1, t_2) &= \frac{U_{ym} \cdot \Omega}{\omega_0} \cdot t_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_2) - \Omega \cdot 1(t_1) \times \\
 &\times \left(\frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot 1(t_2) - \frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t_2) \right) + \\
 &+ \Omega \cdot \frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot 1(t_2 - t_1) - \Omega \cdot \frac{U_{ym}}{\omega_0^2} \times \\
 &\times \cos(\omega_0 \cdot (t_2 - t_1)).
 \end{aligned}$$

Считая $t_1 = t_2 = t$, найдем $a(t)$:

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_0} \cdot t \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + \\
 &+ \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_0^2} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_0^2} + x_{\alpha}(0),
 \end{aligned}$$

где $x_{\alpha}(0) = \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_0^2}$ – начальные условия.

Выражение $a(t)$ будет выглядеть следующим образом:

$$a(t) = \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_o} \cdot t \cdot \sin(\omega_o \cdot t) + \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_o^2} \cdot \cos(\omega_o \cdot t). \quad (18)$$

Разложим $B(p_3)$ на простейшие дроби:

$$B(p_3) = \frac{U_{em} \cdot \omega_o}{p_3(p_3^2 + \omega_o^2)} = \frac{U_{em}}{\omega_o^2} \cdot \frac{1}{p_3} - \frac{U_{em} \cdot p_3}{\omega_o(p_3^2 + \omega_o^2)}.$$

Отсюда оригинал $b(t)$:

$$b(t) = \frac{U_{em}}{\omega_o} - \frac{U_{em}}{\omega_o} \cdot \cos(\omega_o \cdot t) + x_\beta(0) = -\frac{U_{em}}{\omega_o} \cdot \cos(\omega_o \cdot t), \quad (19)$$

где $x_\beta(0) = -\frac{U_{em}}{\omega_o}$ – начальные условия.

Вычитая из выражения (19) выражение (20), получим

$$Y_{BX}(t, p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_o} \cdot t \cdot \sin(\omega_o \cdot t) + \frac{\Omega \cdot U_{ym}}{\omega_o^2} \cdot \cos(\omega_o \cdot t) \right) \times \frac{U_{em} \cdot \omega_o}{p_3^2 + \omega_o^2} + \left(\frac{U_{em}}{\omega_o} \cdot \cos(\omega_o \cdot t) \right) \cdot \frac{\Omega}{p_1^2} \cdot \frac{U_{ym} \cdot p_2}{p_2^2 + \omega_o^2}.$$

В результате перейдем во временную область и получим

$$y_{BX} = \frac{U_{ym} \cdot U_{em} \cdot \Omega}{\omega_o} \cdot t \times (\sin^2(\omega_o \cdot t) + \cos^2(\omega_o \cdot t)) + \frac{U_{ym} \cdot U_{em} \cdot \Omega}{2 \cdot \omega_o^2} \cdot \sin(2 \cdot \omega_o \cdot t) = \frac{U_{ym} \cdot U_{em} \cdot \Omega}{\omega_o^2} \cdot \left(\omega_o \cdot t + \frac{\sin(2 \cdot \omega_o \cdot t)}{2} \right).$$

Отбрасывая колебания типа $\sin(2 \cdot \omega_o \cdot t)$, получим результат:

$$y_{BX} = \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot U_{em}}{\omega_o} \cdot t. \quad (20)$$

Выражения (7) и (20) полностью совпали, что подтверждает правильность проведенного расчета.

Многомерное изображение сигнала угловой скорости вращения $W(p_1, p_2, p_3)$, согласно структурной схеме (см. рис. 3), можно определить в виде:

$$W(p_1, p_2, p_3) = Y_{\alpha}(p_1, p_2, p_3) \times F(p_1, p_2, p_3), \quad (21)$$

$$\text{где } F(p_1, p_2, p_3) = \frac{K \cdot \frac{1}{p_1 + p_2 + p_3}}{1 + K \cdot x_\beta^2 \cdot \frac{1}{p_1 + p_2 + p_3}}.$$

Постепенно переходя по операторам p_1, p_2, p_3 во временную область (21), получаем результат:

$$\omega = 2 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_o}{U_{em}} \cdot t - 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_o^3}{U_{em}^3 \cdot K} + 4 \cdot \frac{U_{ym} \cdot \Omega \cdot \omega_o^3}{U_{em}^3 \cdot K} \cdot e^{-\frac{U_{em}^2 \cdot K}{2 \cdot \omega_o^2} \cdot t}. \quad (22)$$

Выражение (22) совпадает с (9) и (16), что убеждает в адекватности рассмотренных методов.

Заключение

Анализ моделей асинхронного двухфазного электродвигателя во временной, одномерно-операторной и многомерно-временной операторной областях подтвердил их адекватность.

Кроме того, выяснилось, что использование многомерно-временного операторного метода анализа имеет следующие преимущества:

- 1) удобное представление произ-

ведений переменных, в связи с чем получается компактное структурное изображение модели;

2) упрощение анализа, поскольку одномерно-операторный и временной методы связаны с применением интегралов свертки для произведений переменных и решением дифференциальных уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Власов, Н. П.** Теория линейных следящих систем, работающих на переменном токе / Н. П. Власов. – М. : Энергия, 1964. – С. 103-128.

2. **Луковников, В. И.** Электропривод колебательного движения / В. И. Луковников. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – С. 91-96.

3. **Козлов, А. В.** Многомерно-временной операторный метод анализа и синтеза элементов САУ / А. В. Козлов // Вестн. ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2005. – № 4. – С. 37-48.

Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого
Материал поступил 25.04.2006

V. I. Lukovnikov, A. V. Kozlov
Adequacy of anisochronous two-phase electric-engine models in temporal, monofunctional and multidimensional operational fields

Gomel State Polytechnic University named after P. O. Sykhai

The present article gives the analysis of two-phase anisochronous electric-engine models shown in the system of differential equation, traditional operational and a new multidimensional form.