УДК 539.3
СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ

П. Д. СКАЧЕК

Научный руководитель С. В. БОСАКОВ, д-р техн. наук, проф.
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Минск, Беларусь

Задачи теории упругости описываются сложными системами дифференциальных уравнений в частных производных. Для решения данных систем уравнений в инженерной практике часто используются вариационные методы. Рассмотрен расчет изгибаемой треугольной пластинки на статическую нагрузку одним из таких методов — методом Ритца (Рис.1). Расчет сводится к нахождению функции прогибов $W(x,y)$, отвечающей условию минимума полной потенциальной энергии пластинки и действующей на нее нагрузки и удовлетворяющей геометрическим граничным условиям опирания пластинки. Функция $W(x,y)$ ищется в виде:

$$W(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{2a} \left(1 - \cos \frac{n\pi y}{2h} \right); \quad (1)$$

Граничные условия:

- 1) на грани АВ: $W(x,0) = \frac{\partial W(x,0)}{\partial y} = 0;$
- 2) на гранях АС, ВС:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial n^2} + \mu \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial \tau^2} &= 0; \\ \frac{\partial^3 W(x, y)}{\partial n^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 W(x, y)}{\partial n \partial \tau^2} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Эти статические граничные условия (2) выполняются автоматически при взятии достаточного числа членов ряда (1). Определяем полную энергию системы, которую дифференцируем по A_{mn} и получаем систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными A_{mn} . Результатом решения системы является нахождение коэффициентов A_{mn} . Таким образом, определяется функция прогибов $W(x,y)$ (1), дифференцированием которой определяются внутренние усилия. Получены поверхности перемещений, изгибающих моментов и поперечных сил.

Рис. 1. Геометрическая схема пластинки